CENTRO NACIONAL
DE EVALUACIÓN PARA
LA EDUCACIÓN SUPERIOR, A.C.

CENEVAL®

formulario

EXAMEN GENERAL PARA EL EGRESO DE LA LICENCIATURA
EN **INGENIERÍA CIVIL**

http://www.ceneval.edu.mx/ceneval-web/content.do?page=2191

CONCRETO pdf 18

DINAMICA pdf 143

ESTATICA pdf 139

Dirección General Adjunta de los EGEL

MAYO • 2014

CENTRO NACIONAL
DE EVALUACIÓN PARA
LA EDUCACIÓN SUPERIOR, A.C.

CENEVAL®

formulario

EXAMEN GENERAL PARA EL EGRESO DE LA LICENCIATURA
EN **INGENIERÍA CIVIL**

Dirección General Adjunta de los EGEL

MAYO• 2014

Este Formulario es un instrumento de apoyo para quienes sustentarán el Examen General para el Egreso de la Licenciatura en Ingeniería Civil (EGEL-ICIVIL) y está vigente a partir de agosto de 2011.

El Formulario para el sustentante es un documento cuyo contenido está sujeto a revisiones periódicas. Las posibles modificaciones atienden a los aportes y críticas que hagan los miembros de las comunidades académicas de instituciones de educación superior de nuestro país, los usuarios y, fundamentalmente, las orientaciones del Consejo Técnico del examen.

El Ceneval y el Consejo Técnico del EGEL-ICIVIL agradecerán todos los comentarios que puedan enriquecer este material. Sírvase dirigirlos a:

Dirección General Adjunta de los EGEL
Dirección de Diseño, Ingenierías y Arquitectura
Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C.
Camino al Desierto de los Leones (Altavista 37)
Col. San Ángel
Del. Álvaro Obregón
01000 México, D. F.
Tel: 01(55)5322-9200 Ext. 5104
Fax: 01 (55) 5322-9200 ext. 5220

http://www.ceneval.edu.mx
E-mail: **alejandra.espinoza@ceneval.edu.mx**

D. R. © 2014
Centro Nacional de Evaluación
para la Educación Superior, A. C. (Ceneval)

Segunda edición

Directorio

Dirección General
Dr. Rafael López Castañares

Dirección General Adjunta de los Exámenes Generales para el Egreso de la Licenciatura (EGEL)
Lic. Catalina Betancourt Correa

Dirección de Diseño, Ingenierías y Arquitectura
Mtra. Luz María Solís Segura

Coordinación del Examen General para el Egreso de la Licenciatura en Ingeniería Civil (EGEL-ICIVIL)
Lic. Sofía Alejandra Espinoza Delgadillo

Consejo Técnico

Representantes de instituciones educativas

M. en I. Edgar Iram Villagrán Arroyo
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

M. en I. Francisco Armando Islas Vázquez del Mercado
Universidad Anáhuac

M. en I. José Luis López López
Universidad Autónoma de Aguascalientes

Dr. Alejandro Mungaray Moctezuma
Universidad Autónoma de Baja California

Dr. Omar Chávez Alegría
Universidad Autónoma de Querétaro

M. en C. José Francisco Ventura Ramírez
Universidad de Colima

Dr. Enrique Javier Meza Villegas
Universidad de Guadalajara

Dr. Israel Miranda Pasos
Universidad de Sonora

Ing. José Luis Sánchez Amador
Universidad Veracruzana

M. en C. Joaquín Contreras López
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

M. en C. Ismael Hidalgo Marroquín
Instituto Tecnológico de Tapachula

Mtro. Luis Alonso Islas Escalante
Instituto Tecnológico de Sonora

M. en I. Myrna Sandoval Medina
Universidad Autónoma de San Luis Potosí

M. en M. Sergio Octavio Romano Escobar Medina
Universidad Autónoma de Zacatecas

Dra. María Dolores Durán García
Universidad Autónoma del Estado de México

Dr. Salvador García Rodríguez
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey-Campus Monterrey

Dr. Ricardo Tobias Jaramillo
Universidad Autónoma de Tamaulipas

Dr. Ricardo González Alcorta
Universidad Autónoma de Nuevo León

Universidad Del Valle de México
M. en I. Manuel Sáenz de Miera Juárez

Contenido

pdf 14

Diseño de estructuras 12

Ecuaciones fundamentales de la mecánica de los materiales 12

Carga axial 12

Torsión 12

Flexión 13

Esfuerzo cortante 13

Esfuerzo en recipientes de pared delgada bajo presión 13

Ecuaciones de transformación de esfuerzo 13

Relaciones entre propiedades del material 14

Relaciones entre w, V, M 14

Curva elástica 15

Pandeo 15

Métodos de la energía 15

Hipótesis NTC del RCDF-04 16

Especificaciones ACI 16

Columnas ACI 16

Gráfica de diseño en concreto por flexión 17

Gráficas de diseño para columnas de concreto 18

Diámetros, pesos, áreas y perímetros de barras 30

Ayudas para la construcción en acero 31

Sección 1.1 Esfuerzos permisibles 31

Sección 1.2 Estabilidad y relaciones de esbeltez 37

Sección 1.3 Relaciones ancho-espesor 38

Esfuerzos admisibles en kg/cm^2 para miembros en compresión (acero A 36) 39

Diseño hidráulico 40

Flujo a superficie libre 40

Canales 41

Diseño de canales en flujo uniforme. 41

Partiendo de la ecuación de Manning para la velocidad 41

Tubería circular trabajando como canal 43
Compuertas planas rectangulares 44
Vertedores rectangulares de pared delgada 45
Vertedores rectangulares de pared delgada sin contracciones laterales 45
1. Método de Hegly 46
2. Método de Rehbock (vertedores sin contracciones laterales) 46
Vertedores rectangulares de pared delgada con contracciones laterales 46
3.- Método de Hamilton-Smith 47
Vertedores rectangulares de pared gruesa. Cuando *e/h*> 0.67 47
Vertedores rectangulares sumergidos 48
Vertedor de cresta redondeada controlado por compuertas radiales 48
Cortina vertedora de cresta libre 49
Vertedores triangulares 49
Salto hidráulico (canales rectangulares). 50
Las variables típicas involucradas en el salto hidráulico se presentan en la figura siguiente. 50
Empujes hidrostáticos (*b* = ancho, m). 50
1.- Empuje horizontal en una cara plana vertical. 50
2.- Empuje hidrostático en una cara inclinada. 51
3.- Reacción vertical en un muro trapezoidal. 51
5.- Fuerzas en cortina de concreto (*a* = ancho de la cortina en metros; γc = 2 400 kg/m³). 53
Empujes hidrodinámicos 53
1.- Compuertas planas rectangulares y cortina vertedora (*b* = ancho, m). 53
2. Cortina vertedora (*b* = ancho, m). 54
3.- Pilas de puentes. 54
4.- Pieza especial con doble cambio de dirección (g = 9.81 m/seg²; γ = 1 000 kg/m³). 55
Diseño ambiental 56
Abastecimiento de agua 56
Método de los mínimos cuadrados para determinar la población de proyecto (P), con el *ajuste lineal*: 56
Gastos medio diario, máximo diario y máximo horario: 56
Línea de conducción por gravedad: 56
Fórmula de Depuit: 56
Línea de conducción por bombeo: 57

Fórmula de Manning: 57
Sistemas de alcantarillado 58
Fórmula de gasto medio para aguas negras en un tramo de la red: 58
Fórmula de Harmon 58
Fórmula racional para alcantarillado pluvial 58
Fórmula de Burkli-Ziegler para alcantarillado pluvial 58
Diseño de cimentaciones 59
Deformaciones en suelos. 59
Capacidad de carga 59
Cimentaciones someras 59
Cimentaciones profundas 60
Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de cimentaciones 60
Tabla de requisitos mínimos para la investigación del subsuelo 60
Tabla Límites máximos para movimientos y deformaciones originados en la cimentación[1] 61
Factores de carga y de resistencia 62
3.3 Cimentaciones someras (zapatas y losas) 63
3.4 Cimentaciones compensadas 67
Tabla de pesos volumétricos de diferentes materiales 69
Diseño de carreteras 72
Para vehículos con tractor, semirremolque y/o remolque 72
Desplazamiento de la huella del tractor (d_t): 72
Desplazamiento de la huella del semirremolque: 73
Desplazamiento total de la huella del vehículo: 73
Gráficas para el efecto de las pendientes en los vehículos 75
Fuerza de que dispone el vehículo para acelerarse o desacelerarse. 76
Fuerza tractiva 77
Resistencia al aire 77
Resistencia al rodamiento 78
Para camiones pesados y buena superficie de rodamiento, como asfalto o concreto: 78
Resistencia por fricción en el frenado 78
Resistencia por pendiente 79
Volcamiento: 81
Características del vehículo de proyecto. 84

La distancia de visibilidad de parada se obtiene con la expresión: 85
Distancia de visibilidad de rebase: 85
Coeficiente de fricción longitudinal en el frenado 86
Distancia de visibilidad en Curvas verticales en cresta: 86
Distancia de visibilidad en Curvas verticales en columpio: 87
Curvas horizontales 88
Curvas circulares: 88
Grado máximo de curvatura: 88
Simbología de la curva circular con espirales 89
Curvas verticales. 92
Criterio de comodidad. 92
Criterio de apariencia 92
Criterio de drenaje 92
Criterio de seguridad. 93
Curvas en cresta 93
Curvas en columpio 93
Curvas verticales. 93
Longitud Mínima: 94
Pendiente en un punto cualquiera de la curva 94
Pendiente de la cuerda a un punto cualquiera 94
Sobreelevación para un grado cualquiera 98
Ampliación y sobreelevación en transición 99
Distancia económica de sobre acarreo 100
Determinación de pesos específicos. 100
Representación esquemática de los límites de Atterberg 102
Representación esquemática para la determinación de contracción lineal. 102
Cálculo de la curva masa. 102
Determinación de la compensadora económica. 103
Diseño de pavimentos. 104
Gráfica de diseño para estructuras de pavimento flexible, método AASHTO 104
Método de diseño de pavimentos flexibles AASHTO 104
Factor carril 106
Número de ejes equivalentes a 8.2 t 106
Confiabilidad 106
Cálculo de Número Estructural 108

Carta de diseño AASHTO 1993 109
Estructuración del pavimento 109
Coeficiente de drenaje 111

Construcción 112

Ingeniería de costos 112
Costo horario 118

Matemáticas 122

Álgebra 122
Geometría 124
Áreas 124
Volúmenes 124
Trigonometría 124
Geometría analítica plana 126
Geometría analítica del espacio 127
Cálculo diferencial e integral 129
Ecuaciones diferenciales 132
Tabla de anuladores 132
Tabla de transformadas de Laplace 132
Probabilidad y estadística 134
Modelos probabilísticos comunes 136

Física 137

Mecánica 137
Centroides. 137
Estática. 137
Fuerza aplicada paralelamente al plano de deslizamiento: 137
Fuerza aplicada oblicuamente respecto al plano de deslizamiento: 138
Poleas y polipastos: 140
Dinámica 141
Características cinemáticas de puntos y segmentos rectilíneos. 141
Componentes cartesianas de los vectores de posición, velocidad y aceleración lineales para movimientos en el espacio, en un plano y rectilíneos. 141
Cinemática del cuerpo rígido. 142

pdf 139

Centro y eje instantáneo de rotación. 142
Primeros momentos de la masa de un sistema de partículas. 142
Primeros momentos de la masa de un cuerpo rígido. 142
Ecuaciones escalares de centro de masa. 142
Momentos de inercia de la masa de un cuerpo rígido. 142
Dinámica de la partícula. 142
Trabajo y energía. 143
Energía cinética y su relación con el trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre una partícula 143
Impulso y cantidad de movimiento lineales. 143
Ecuación diferencial de movimiento para sistemas de partículas. 143
Ecuación fundamental para el estudio de la dinámica del cuerpo rígido. 143
Ecuación de impulso y cantidad de movimiento lineales para sistemas de partículas 143
Ecuación para obtener la cantidad de movimiento angular de un cuerpo rígido. 143
Ecuación para obtener la suma de los momentos de los elementos mecánicos que actúan sobre un cuerpo rígido. 143
Momento de un sistema de fuerzas y/o pares que actúan sobre un cuerpo, con respecto el eje CC 144
Primera forma de la ecuación del trabajo y la energía para un cuerpo rígido que realiza un movimiento plano general. 144
Ecuación del impulso y la cantidad de movimiento angulares. 144
Modelo matemático correspondiente a las vibraciones libres con un grado de libertad. 144
Modelo matemático correspondiente a las vibraciones forzadas con un grado de libertad. .. 144

Química 145

Tabla periódica de los elementos 145
Expresiones de concentración 146
Comparación de las propiedades de las disoluciones, los coloides y las suspensiones 146
Tipos de radiación electromagnética 147
Escala de *pH* 147
Sistemas cristalinos 148

Diseño de estructuras

Ecuaciones fundamentales de la mecánica de los materiales

Carga axial

Esfuerzo normal $\sigma = \frac{P}{A}$ TENSION,COMPRESION.

Desplazamiento $\Delta = \int_0^L \frac{P(x)dx}{A(x)E}$ DESPLAZAMIENTO (CARGA Y AREA VARIABLE)

$\Delta = \sum \frac{PL}{AE}$ DESPLAZAMIENTO (DISCRECIONAL)

$\Delta = \alpha \Delta T \quad L$ DESPLAZAMIENTO(POR TEMPERATURA)

Torsión

Esfuerzo cortante en una flecha circular

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

donde

Momento de inercia polar

$J = \frac{\pi}{2} R^4$ sección transversal sólida

$J = \frac{\pi}{2}(R_0^4 - R_i^4)$ sección transversal tubular

R = radio de sección transversal

Potencia $P = T\omega = 2\pi fT$

Ángulo de torsión $\phi = \int_0^L \frac{T(x)dx}{J(x)G}$

$$\phi = \sum \frac{TL}{JG}$$

Esfuerzo cortante promedio en un tubo de pared delgada

$$\tau_{prom} = \frac{T}{2tA_m}$$

Flujo cortante $q = \tau_{prom}^t = \frac{T}{2tA_m}$

Flexión

Esfuerzo normal $\sigma = \frac{My}{I}$

Flexión asimétrica

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}, \qquad \tan\alpha = \frac{I_z}{I_y}\tan\theta$$

Esfuerzo cortante

Esfuerzo cortante directo promedio

$$\tau_{prom} = \frac{V}{A}$$

Esfuerzo cortante transversal

$$\tau_{prom} = \frac{VQ}{It}$$

Flujo cortante

$$q = \tau t = \frac{VQ}{I}$$

Esfuerzo en recipientes de pared delgada bajo presión

Cilindro $\sigma_1 = \frac{Pr}{t} \quad \sigma_2 = \frac{Pr}{2t}$

Esfera $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Pr}{2t}$

Ecuaciones de transformación de esfuerzo

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\operatorname{sen} 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\operatorname{sen} 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

Esfuerzo principal

$$\tan 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2} + \tau_{xy}^2}$$

Esfuerzo cortante máximo en el plano

$$\tan 2\theta_s = -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)/2}{\tau_{xy}}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

Esfuerzo cortante máximo absoluto

$$\tau_{abs\ max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

Relaciones entre propiedades del material

Razón de Poisson $$\nu = -\frac{\varepsilon_{lat}}{\varepsilon_{long}}$$

Ley de Hooke generalizada

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy},\ \gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz},\ \gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{zx}$$

donde $$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Relaciones entre w, V, M

$$\frac{dV}{dx} = -w(x),\quad \frac{dM}{dx} = V$$

Curva elástica

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = ((d\theta)/(ds)) = ((d2y)/(dx2)) = \sigma/(Ey) = (My/I)(1/(Ey))$$

v=deformacion vertical

$$\overset{\text{error}}{EI} = \frac{d^4v}{dx^4} = -w(x)$$

$$EI = \frac{d^3v}{dx^3} = V(x)$$

$$EI = \frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

Pandeo

Carga axial crítica $P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{(KL)^2}$

Esfuerzo crítico $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$, $r = \sqrt{I/A}$

Fórmula de la secante

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A}\left[1 + \frac{ec}{r^2}\sec\left(\frac{L}{2r}\sqrt{\frac{P}{EI}}\right)\right]$$

Métodos de la energía

Conservación de la energía $U_e = U_i$

Energía de deformación

Energia potencial elastica (resorte)

$U_i = \frac{N^2 L}{2AE}$ carga axial constante

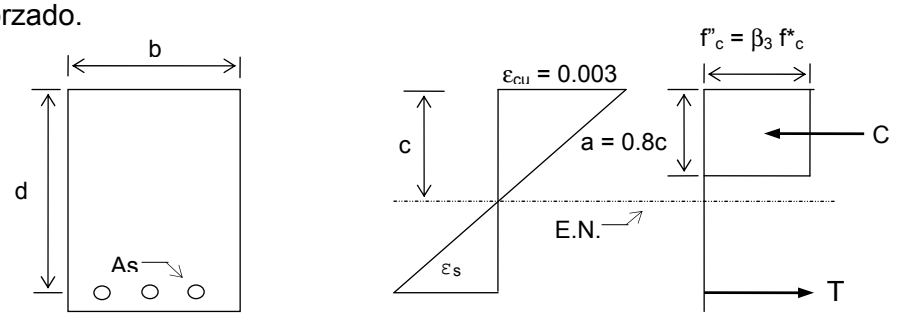
$U_i = \int_0^L \frac{M^2 dx}{EI}$ momento flexionante

$U_i = \int_0^L \frac{f_s V^2 dx}{2GA}$ cortante transversal

$U_i = \frac{T^2 L}{2GJ}$ momento

Hipótesis NTC del RCDF-04

Sobre la distribución de deformaciones unitarias y esfuerzos en la zona de compresión para cálculo de la resistencia a flexión y a flexocompresión de secciones de concreto reforzado.



$\beta_3 = [1.05 - (f^*_c / 1250)] \leq 0.85$

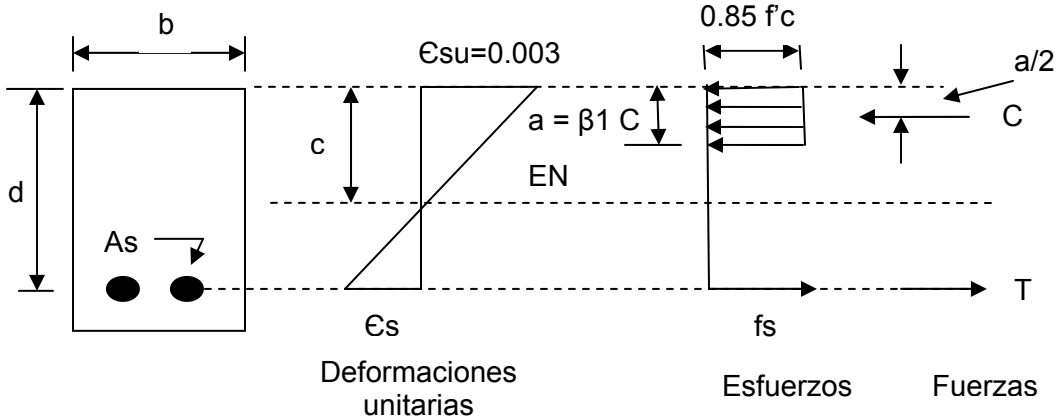
$f^*_c = 0.8\, f'_c$

f'_c y f^*_c en kgf/cm^2, si se expresan en MPa, sustituir 1 250 por 120

Fuerza cortante resistente $V_{CR} = F_r\, b\, d\, (0.2 + 20\, p)\, \sqrt{f^*_c}$

Resistencia de diseño $P_R = F_R\, (f''c\, Ag + fy\, As)$

Especificaciones ACI



$\beta 1 = 0.85$	para $f'c \leq 280$ kg/cm²
$\beta 1 = 1.05 - \frac{f'c}{1\,400}$	para 280 kg/cm² $\leq f'c \leq 560$ kg/cm²
$\beta 1 = 0.65$	para $f'c \geq 560$ kg/cm²

Columnas ACI

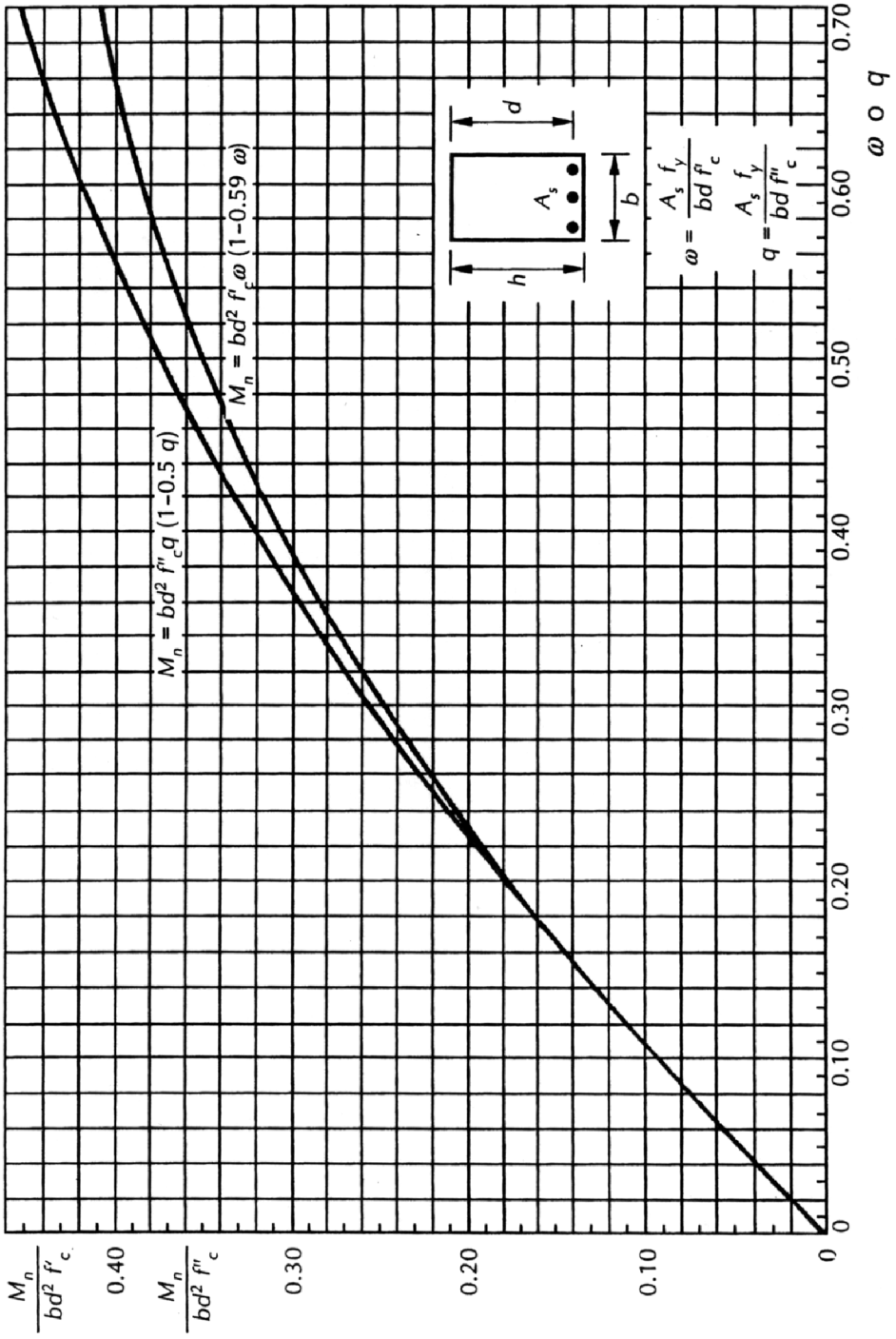
Usar las gráficas siguientes, realizando los siguientes cambios en los parámetros del RCDF:

RCDF		ACI	
F_R	Cambiar a →	Ø	factor de reduccion
f*c	Cambiar a →	0.8 f'c	
f''c	Cambiar a →	(β1) 0.8 f'c	

$$\omega=0.85-\sqrt{\{(0.7225)-[((1.88)*(M_u))/((f'c)*(bd^2))]\}}$$

Gráfica de diseño en concreto por flexión

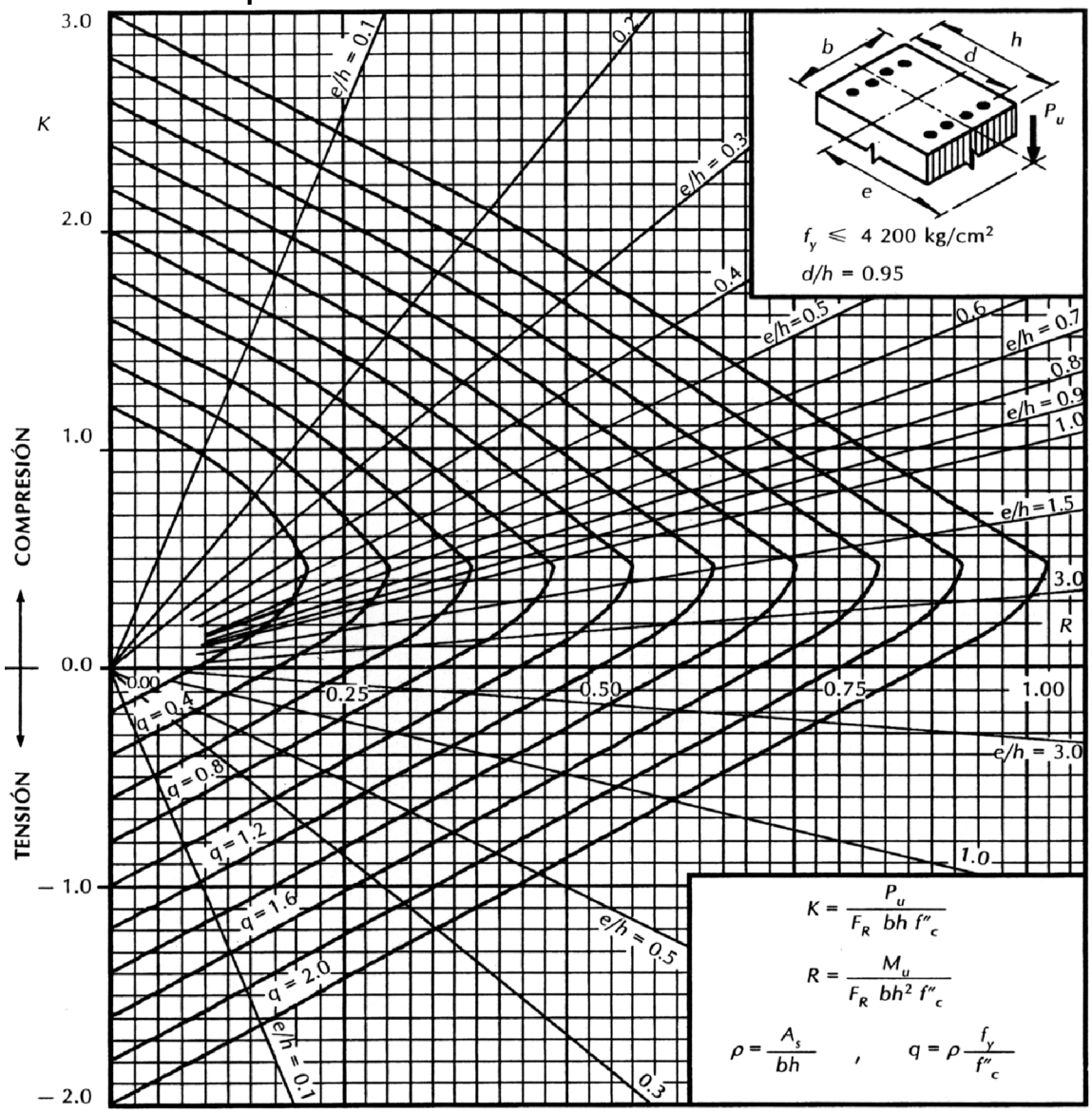
Gráfica para diseño por flexión



Momentos resistentes nominales de secciones rectangulares para $\omega \leqslant \omega_b$, $q \leqslant q_b$

$$\omega=0.85-\sqrt{\{(0.7225)-[((1.88)*(M_u))/((f'c)*(bd^2))]\}}$$

Gráficas de diseño para columnas de concreto



A_s = Área total de refuerzo

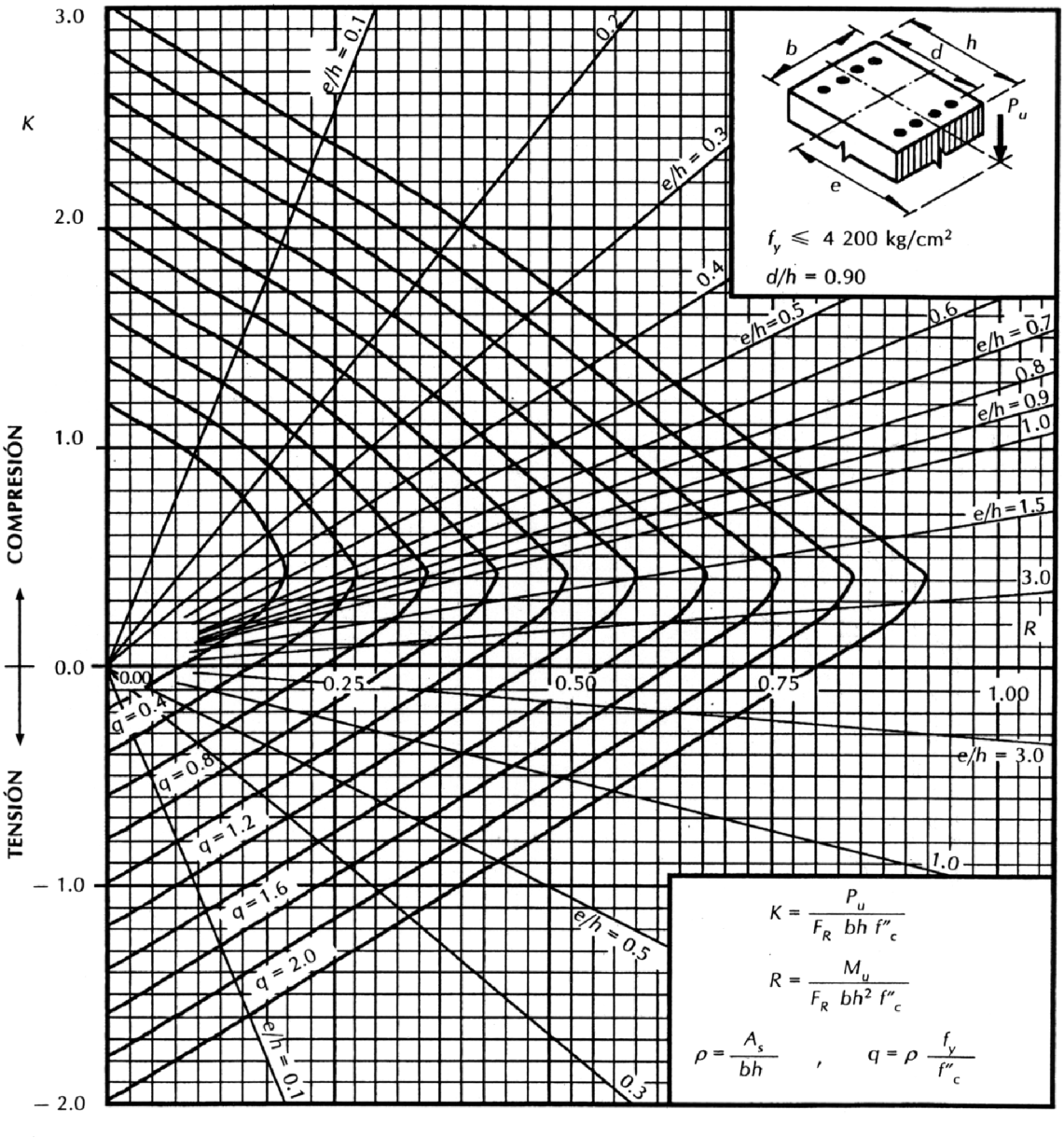
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.1



A_s = Área total de refuerzo

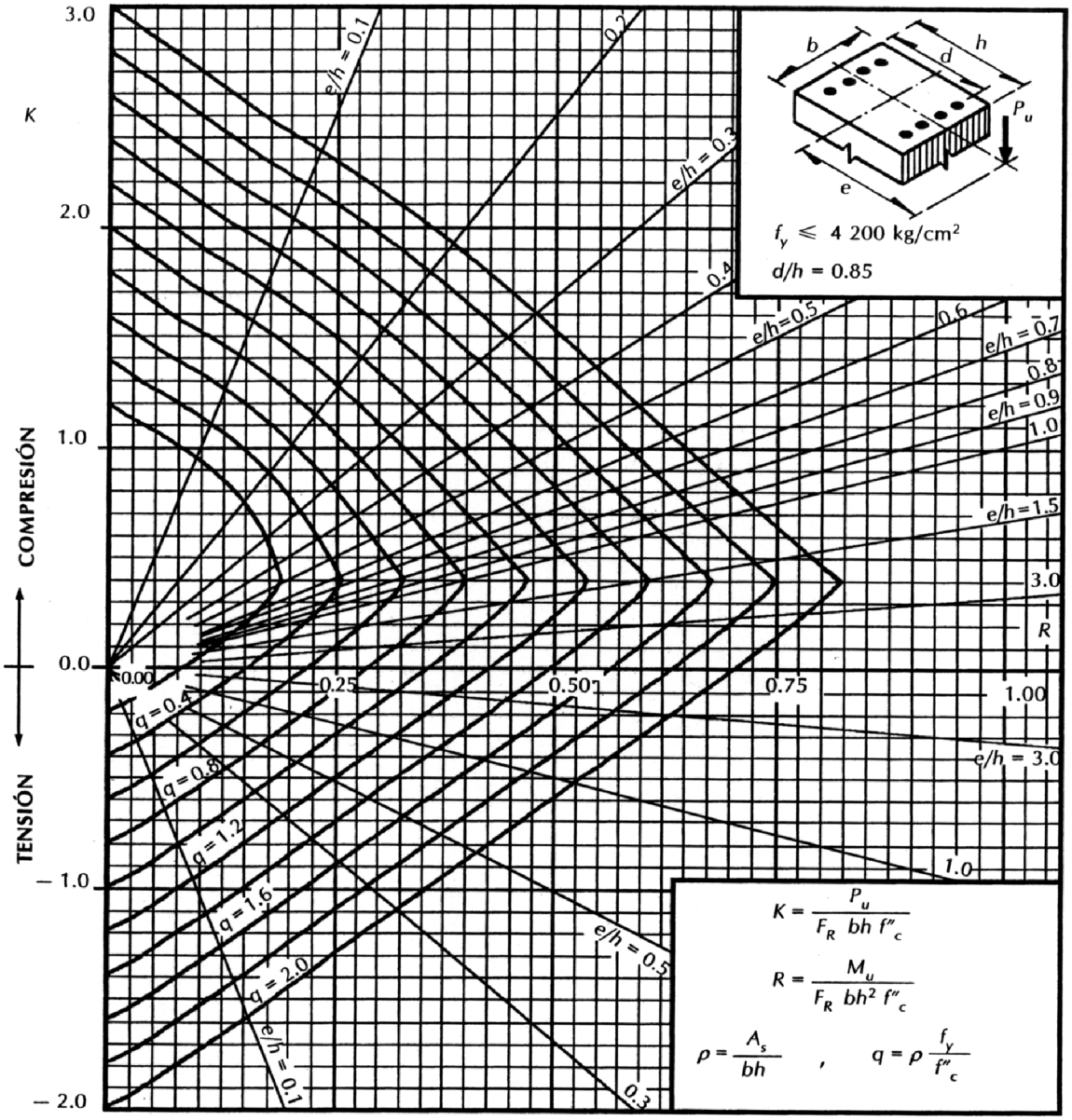
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.2



A_s = Área total de refuerzo

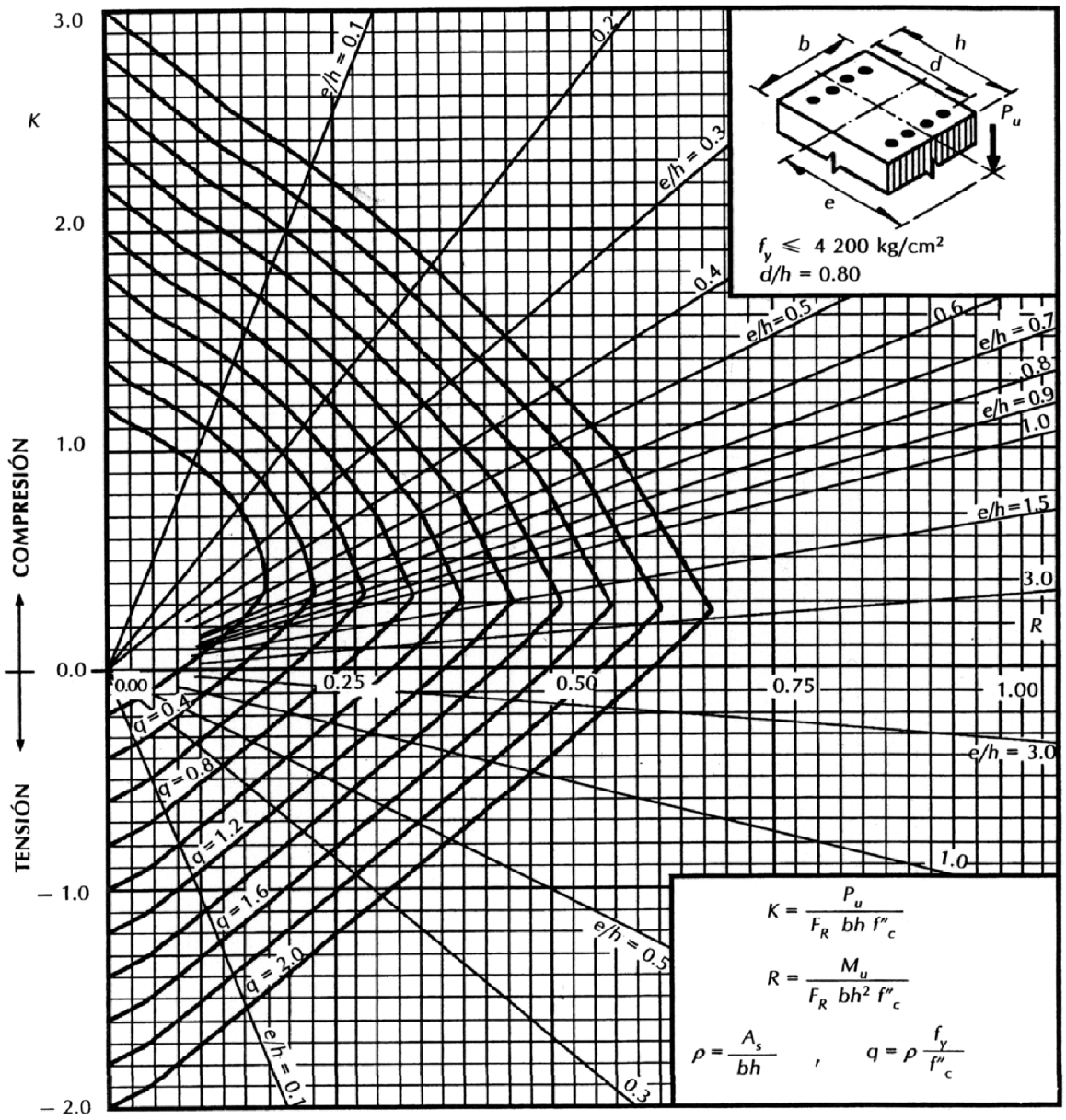
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.3



A_s = Área total de refuerzo

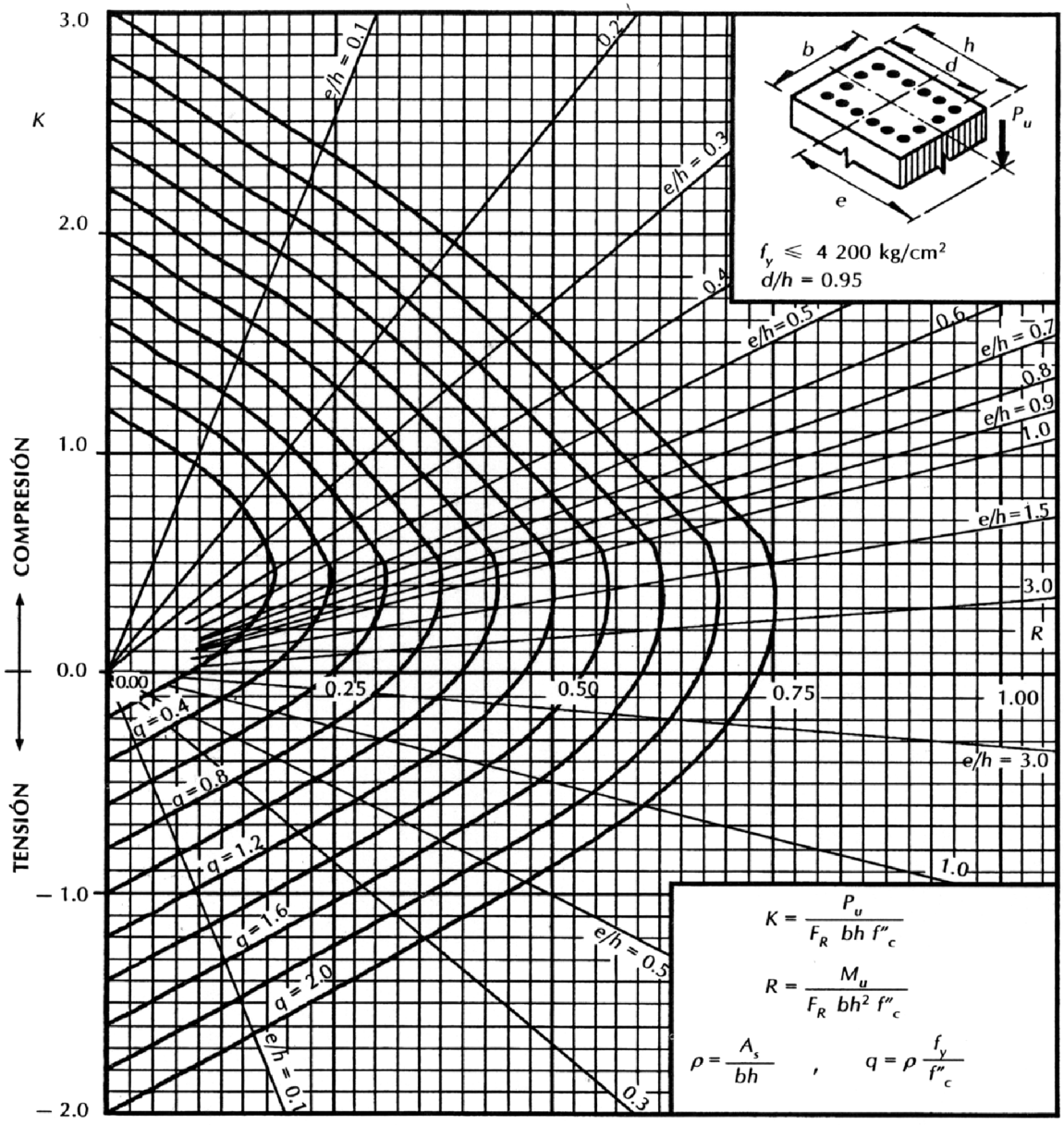
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.4



A_s = Área total de refuerzo

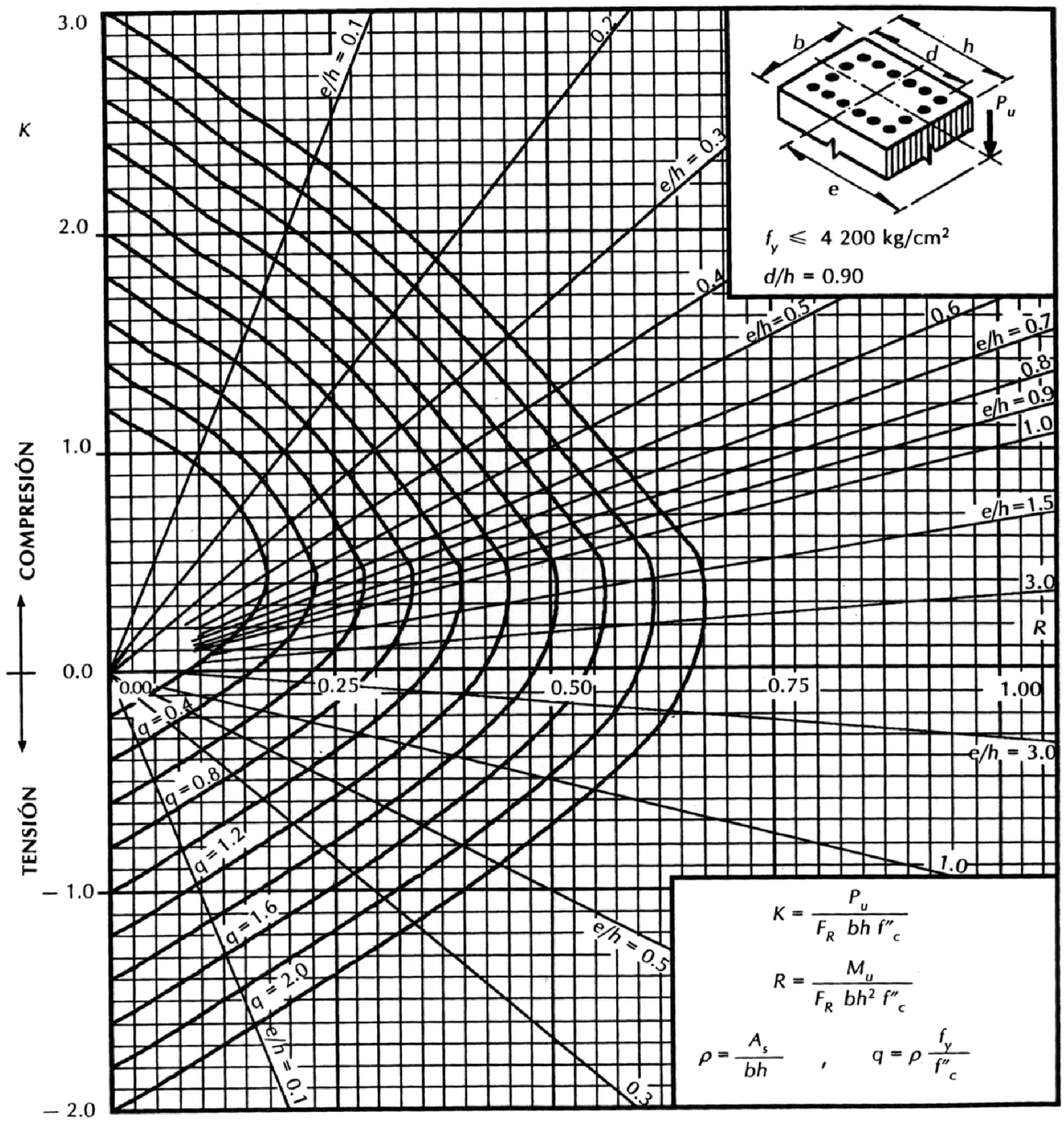
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280\ kg/cm^2$; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280\ kg/cm^2$

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.5



A_s = Área total de refuerzo

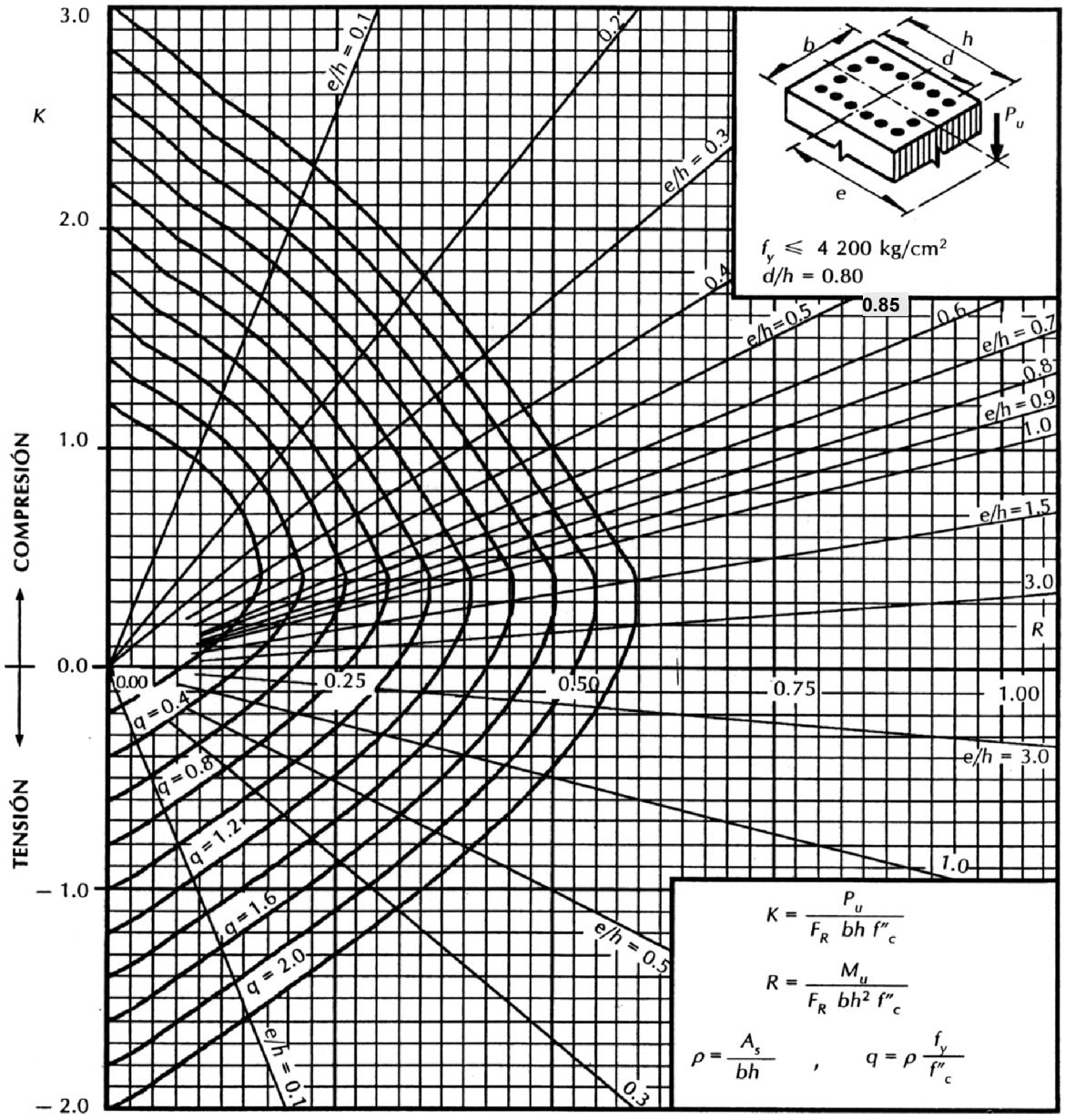
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.6



A_s = Área total de refuerzo

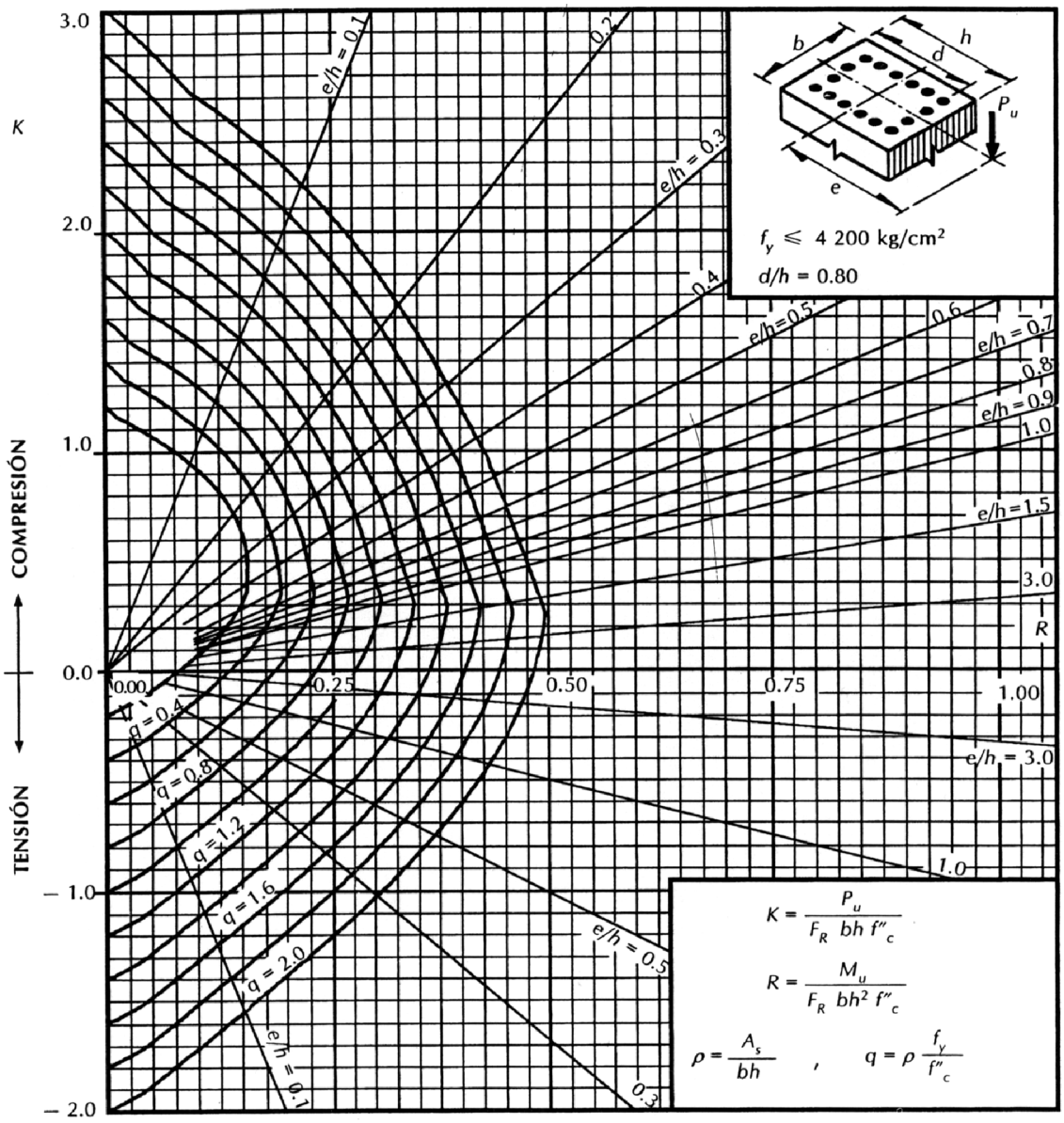
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.7



A_s = Área total de refuerzo

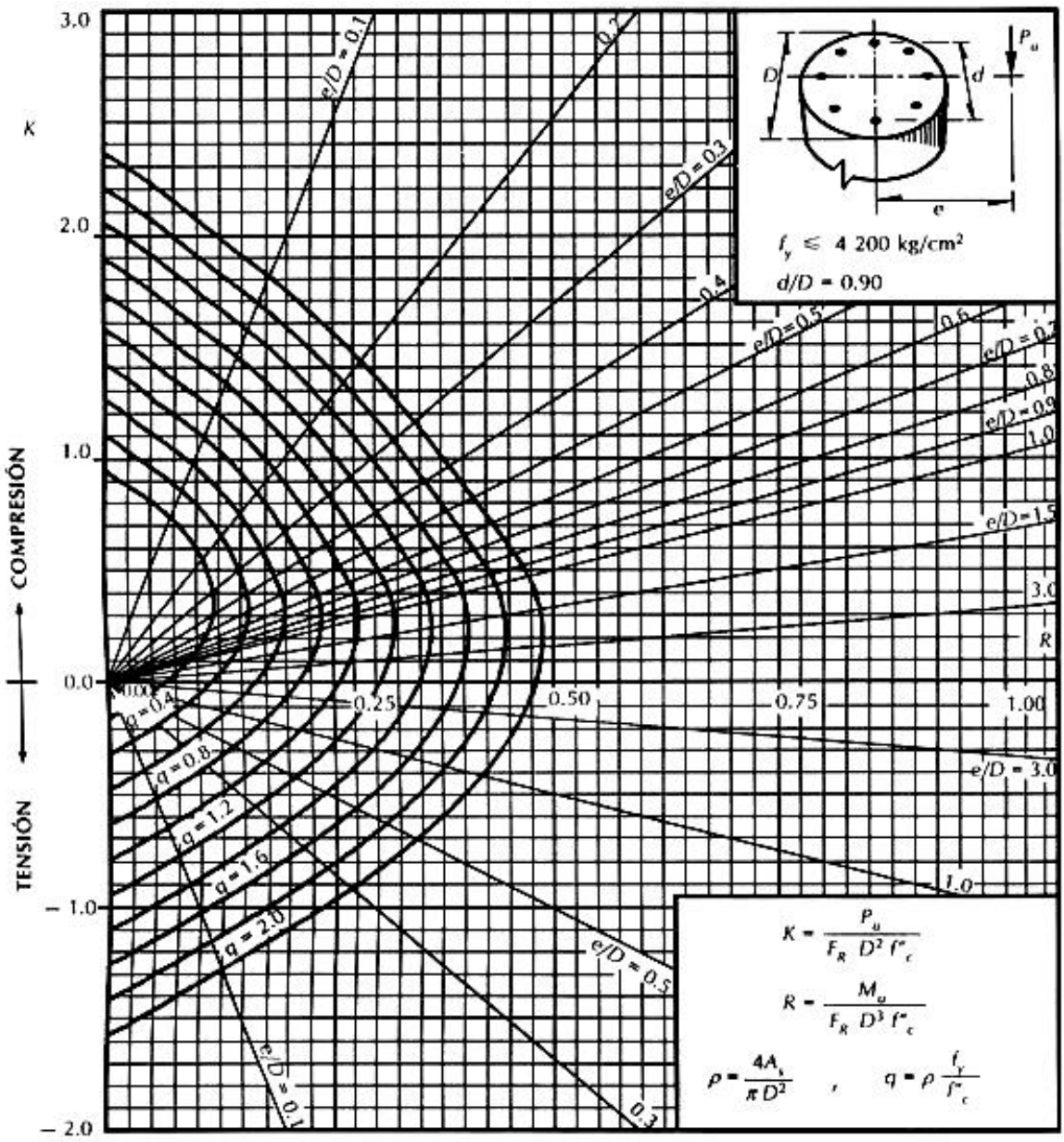
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.8



A_s = Área total de refuerzo

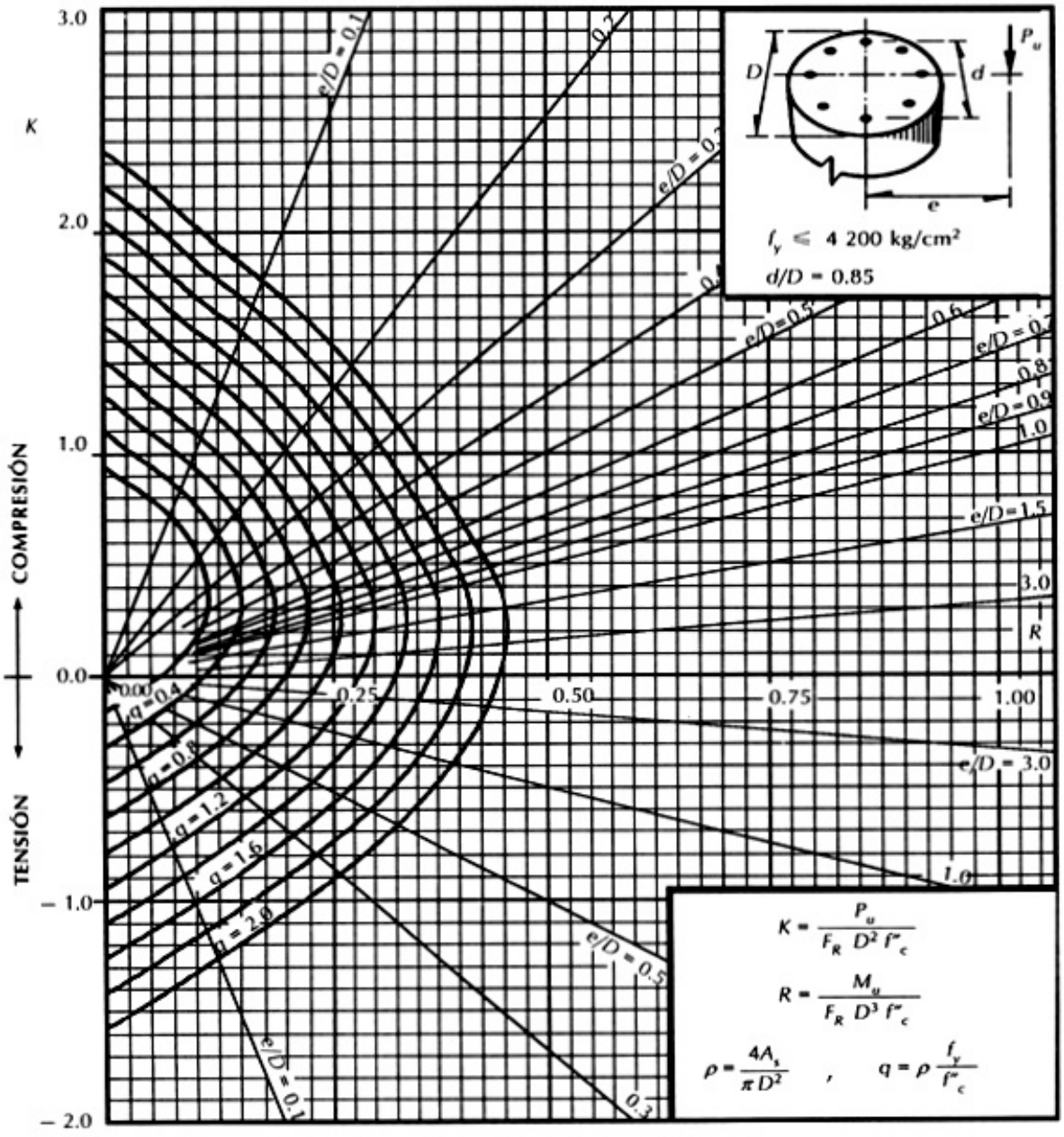
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.9



A_s = Área total de refuerzo

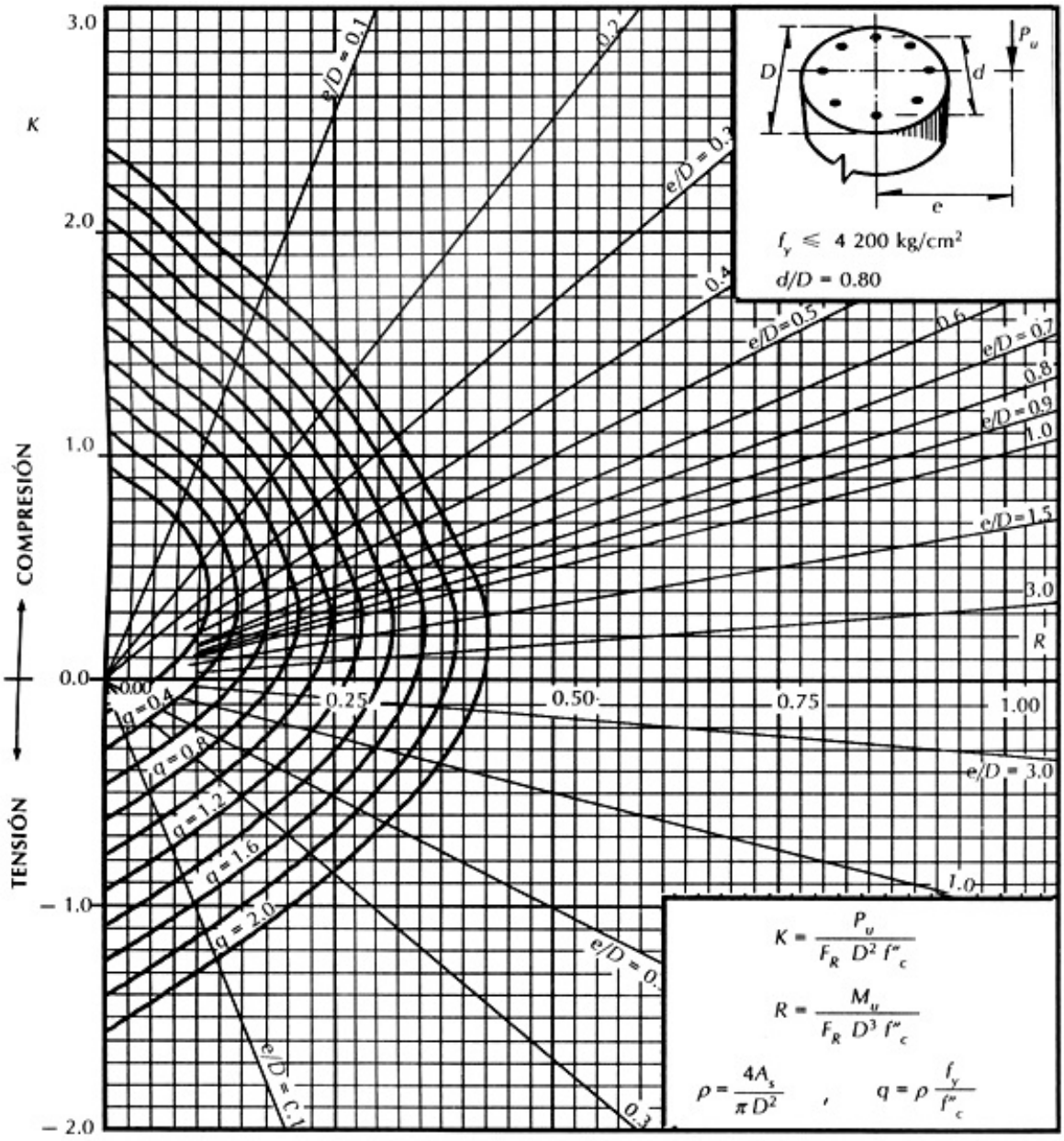
$f''_c = 0.85\, f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.10



A_s = Área total de refuerzo

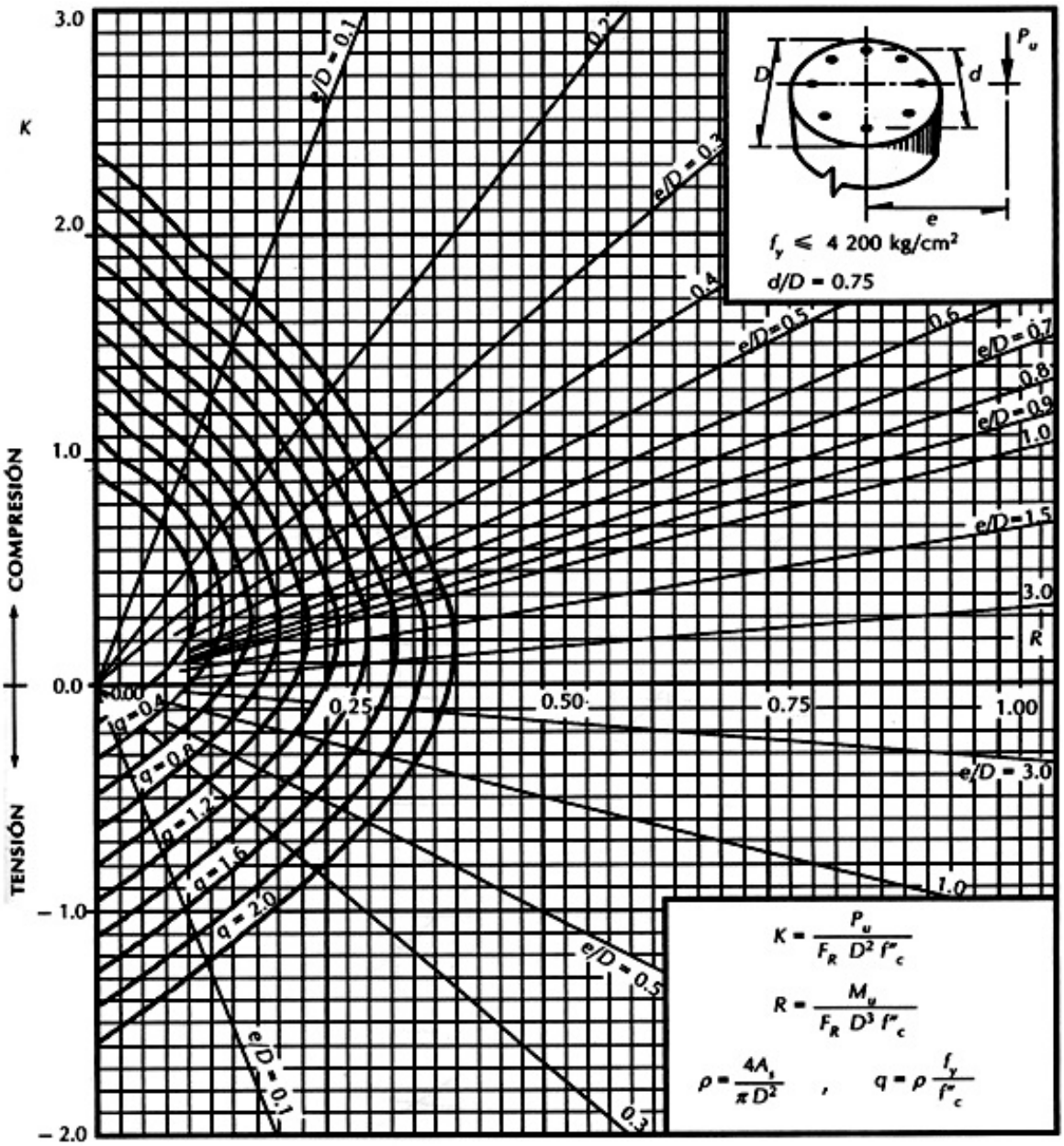
$f''_c = 0.85\ f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.11



A_s = Área total de refuerzo

$f''_c = 0.85\, f^*_c$, si $f^*_c \leq 280$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1400}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 280$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_u = Momento flexionante último

Figura C.12

peso especifico del acero 7850k/m3

Diámetros, pesos, áreas y perímetros de barras

Barra núm.	Diámetro pulgada	mm	Peso kg/m	Área cm^2	Perímetro cm
2	1/4	6.4	0.248	0.32	1.99
2.5	5/16	7.9	0.388	0.49	2.48
3	3/8	9.5	0.559	0.71	2.98
4	1/2	12.7	0.993	1.27	3.99
5	5/8	15.9	1.552	1.98	5.00
6	3/4	19.0	2.235	2.85	6.00
7	7/8	22.2	3.042	3.88	6.97
8	1	25.4	3.973	5.07	7.98
9	1 1/8	28.6	5.028	6.41	8.99
10	1 1/4	31.8	6.207	7.92	9.99
11	1 3/8	34.9	7.511	9.58	10.96
12	1 1/2	38.1	8.938	11.40	11.97

OBSERVACIONES

Los diámetros, áreas y pesos se ajustan a la norma de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial NOM 86-1987. Según esta norma, el diámetro nominal y el área de una barra corresponden a los que tendrá una barra lisa, sin corrugaciones, del mismo peso por metro lineal; todas las barras, con excepción de la núm. 2, están corrugadas.

Ayudas para la construcción en acero

Sección 1.1 Esfuerzos permisibles

Excepto en lo que se estipula en las siguientes secciones, todos los componentes de la estructura serán diseñados de tal manera que los esfuerzos, en kg/cm^2, no excedan los valores siguientes, excepto para lo que se establece en el Apéndice A. Ver Apéndice D para los esfuerzos permisibles en miembros de peralte variable.

1.1.1 Acero estructural

1.1.1.1 Tensión

Excepto para miembros conectados con pasadores, F_t no excederá de 0.60 F_y en el área total, ni de 0.50 F_u en el área neta efectiva.
Para miembros conectados con pasadores: F_t = 0.45 F_y en el área neta.

1.1.1.2 Cortante

1.1.1.2.1 Exceptuando lo estipulado en las siguientes secciones, en el área efectiva de la sección transversal que resiste el esfuerzo cortante:

$$F_v = 0.40\ F_y$$

En perfiles laminados y en perfiles armados, el área efectiva para resistir cortante podrá calcularse como el producto del peralte total por el espesor del alma.

1.1.1.2.2 En las conexiones de extremo de vigas, donde el patín superior esté cortado, y en situaciones similares donde puede ocurrir falla por cortante a lo largo de un plano que pase a través de los sujetadores, o por una combinación de cortante a lo largo de un plano que pase a través de los conectores, más tensión a lo largo de un plano perpendicular en el área efectiva para resistir falla por desgarramiento:

$$F_v = 0.30\ F_u$$

El área efectiva es la superficie neta mínima de falla, limitada por los agujeros para tornillos.

1.1.1.3 Compresión

1.1.1.3.1 En la sección total de miembros cargados en compresión axial, cuya sección transversal cumple con las disposiciones de la Sección 1.5, cuando Kl/r, la mayor relación de esbeltez efectiva de cualquier segmento no arriostrado, como se define en la Sección 1.4, es menor que C_c:

$$F_a = \frac{\left[1 - \frac{(Kl/r)^2}{2C_c^{\,2}} F_y\right]}{\frac{5}{3} + \frac{3(Kl/r)}{8C_c} - \frac{(Kl/r)^3}{8C_c^{\,3}}} \qquad (1.1\text{-}1)$$

en donde:

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$$

1.1.1.3.2 En la sección total de miembros en compresión axial, cuando Kl/r excede C_c:

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23(Kl/r)^2} \qquad (1.1\text{-}2)$$

1.1.1.3.3 En la sección total de arriostramientos y en miembros secundarios cargados axialmente cuando l/r excede 120 (para este caso, K se considera igual a la unidad)

$$F_a = \frac{F_a[\text{según fórmula (1.1-1) ó (1.1-2)}]}{1.6 - \frac{l}{200r}} \qquad (1.1\text{-}3)$$

1.1.1.3.4 En el área total de atiesadores de trabes armadas de alma llena:

$$F_a = 0.60\ F_y$$

1.1.1.3.5 En el alma de perfiles laminados, al pie de la unión alma-patín (pandeo del alma debido a cargas concentradas, ver la Sección 1.6.10)

$$F_a = 0.75\ F_y$$

1.1.1.4 Flexión

1.1.1.4.1 Tensión y compresión en las fibras extremas de miembros compactos, laminados en caliente o armados (excepto vigas híbridas), cargados en el plano de su eje menor, simétricos con respecto a dicho eje y que cumplan con los requisitos de esta sección:

$$F_b = 0.66\ F_y$$

Para que un miembro se califique bajo esta sección, debe cumplir con los siguientes requisitos:

1. Los patines estarán unidos continuamente al alma o almas.

2. La relación ancho/espesor de elementos no atiesados del patín en compresión, como se define en la Sección 1.3.1.1, no excederá de:

$$545 / \sqrt{F_y}$$

3. La relación ancho/espesor de elementos atiesados del patín en compresión, como se define en la Sección 1.3.2.1, no excederá de:

$$1\,590 / \sqrt{F_y}$$

4. La relación peralte/espesor del alma o almas no excederá el valor dado por las fórmulas (1.1-4a) ó (1.1-4b), según sea aplicable.

$$d / t = \frac{5\,370}{\sqrt{F_y}} \left(1 - 3.74 \frac{f_a}{F_y} \right) \quad \text{cuando } f_a / F_y \leq 0.16 \qquad (1.1\text{-}4a)$$

$$d / t = 2\,150 / \sqrt{F_y} \quad \text{cuando } f_a / F_y > 0.16 \qquad (1.1\text{-}4b)$$

5. La longitud entre soportes laterales del patín en compresión de miembros que no sean circulares o miembros en cajón no excederá el valor de:

$$\frac{637\ b_f}{\sqrt{F_y}} \qquad \text{ni de} \qquad \frac{1410\,000}{(d / A_f)\ F_y}$$

6. La longitud entre soportes laterales del patín en compresión de miembros de cajón de sección transversal rectangular, cuyo peralte no es mayor de seis veces el ancho y cuyo espesor del patín no es mayor de dos veces el espesor del alma, no excederá el valor de:

$$(137\,000 + 84\,400 \frac{M_1}{M_2}) \frac{b}{F_y}$$

excepto que esta no necesita ser menor de:

$$84\,400 (b / F_y)$$

7.- La relación diámetro/espesor de secciones circulares huecas no excederá de:

$$232\,000 / F_y$$

Excepto para vigas híbridas, las vigas (incluyendo los miembros diseñados con base en la acción compuesta) que satisfagan los requisitos de los párrafos 1 a 7 mencionados, y sean continuos sobre apoyos o estén rígidamente conectados a columnas por medio de remaches, tornillos de alta resistencia o soldaduras, podrán ser diseñadas para 9/10 de los momentos negativos producidos por cargas gravitacionales, los que son máximos en los puntos de apoyo, siempre que para tales miembros el momento máximo positivo sea incrementado en 1/10 del promedio de los momentos negativos. Esta reducción no procede para momentos

generados por cargas aplicadas en voladizos. Si el momento negativo es resistido por una columna rígidamente conectada a la viga, la reducción de 1/10 podrá ser utilizada en el diseño de la columna para la combinación de carga axial concurrente sobre el miembro, no exceda 0.15 F_a

1.1.1.4.2 Los miembros (excepto vigas híbridas) que cumplan con los requisitos de la Sección 1.1.1.4.1, salvo que $b_f/2t_f$ exceda $545/\sqrt{F_y}$, pero menor de $797/\sqrt{F_y}$, podrán ser diseñados sobre la base de un esfuerzo de flexión permisible:

$$F_b = F_y \left[0.79 - 0.000\ 239 \left(\frac{b_f}{2t_f} \right) \sqrt{F_y} \right] \qquad (1.1\text{-}5a)$$

1.1.1.4.3 Tensión y compresión en las fibras extremas de miembros I o H, doblemente simétricos, que cumplan los requisitos de la Sección 1.1.1.4.1, párrafos 1 y 2, y estén flexionados con respecto a su eje menor; así como barras sólidas cuadradas y redondas; secciones sólidas rectangulares flexionadas con respecto a su eje menor:

$$F_b = 0.75\ F_y$$

Los miembros I y H, doblemente simétricos, flexionados con respecto a su eje menor (excepto vigas híbridas), que cumplan los requisitos de la Sección 1.1.1.4.1, párrafo 1, salvo que $b_f/2t_f$ exceda $545/\sqrt{F_y}$, pero que sea menor de $797/\sqrt{F_y}$, podrán ser diseñados con base en un esfuerzo permisible de flexión:

$$F_b = F_y \left[1.075 - 0.000\ 596 \left(\frac{b_f}{2t_f} \right) \sqrt{F_y} \right] \qquad (1.1\text{-}5b)$$

Las secciones tubulares rectangulares flexionadas con respecto a su eje menor, y que cumplan con los requisitos de la Sección 1.1.1.4.1, párrafos 1, 3 y 4, podrán ser diseñadas con base en un esfuerzo permisible de flexión:

$$F_b = 0.66\ F_y$$

1.1.1.4.4 Tensión y compresión en las fibras extremas de miembros en cajón a flexión, cuyo patín en compresión o la relación ancho/espesor del alma no cumplan con los requisitos de la Sección 1.1.1.4.1, pero que esté conforme con los requisitos de la sección 1.9:

$$F_b = 0.60\ F_y$$

Para una sección en cajón, el pandeo lateral por torsión no necesita ser investigado cuando su peralte sea menor de seis veces su ancho. Los requisitos de soporte lateral para secciones en cajón con relación peralte/ancho mayor deben ser determinados por un análisis especial.

1.1.1.4.5 En las fibras extremas de miembros a flexión, no incluidos en las Secciones 1.1.1.4.1, 1.1.1.4.2, 1.1.1.4.3, ó 1.1.1.4.4:

1.- Tensión:

$$F_b = 0.60\ F_y$$

2.- Compresión:

a) Para miembros que cumplan con los requisitos de la Sección 1.3.1.2, que tengan un eje de simetría en el plano del alma y que estén cargados en el plano de esta y compresión en las fibras extremas de perfiles CE flexionados con respecto a su eje mayor: el mayor de los valores calculados con las fórmulas (1.1-6a) ó (1.1-6b) y (1.1-7), según sea el caso [solo la formula (1.1-7) es aplicable en perfiles CE] (a menos que un valor mayor se justifique sobre la base de un análisis más preciso), pero no mayor de 0.60 F_y

Cuando $$\sqrt{\frac{717\ \text{x}\ 10^4\ C_b}{F_y}} \le \frac{l}{r_\tau} \le \sqrt{\frac{3\,590\ \text{x}\ 10^4\ C_b}{F_y}}$$

Entonces:

$$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{F_y\,(l / r_\tau)^2}{1\,080\ \text{x}\ 10^5 C_b}\right] F_y \qquad (1.1\text{-}6a)$$

Cuando:

$$l / r_\tau \ge \sqrt{\frac{3\,590\ \text{x}\ 10^4 C_b}{F_y}}$$

entonces:

$$F_b = \frac{120\ \text{x}\ 10^5 C_b}{(l / r_\tau)^2} \qquad (1.1\text{-}6b)$$

Cuando el patín en compresión sea sólido y aproximadamente rectangular en la sección transversal y su área no sea menor que la del patín en tensión:

$$F_b = \frac{844\ \text{x}\ 10^3 C_b}{ld\ /\ A_f} \qquad (1.1\text{-}7)$$

En estas fórmulas:

l = distancia entre secciones transversales arriostradas, para evitar el giro o desplazamiento lateral del patín en compresión. Para vigas en voladizo o arriostradas para evitar el giro solo en el apoyo, l puede ser tomada conservadoramente como su longitud real, en cm.

r_τ = radio de giro de una sección que comprende el patín en compresión más un tercio del área del alma en compresión tomada con respecto a un eje en el plano del alma, en cm.

A_f = área del patín en compresión, en cm

C_b = 1.75 + 1.05 (M_1 / M_2) + 0.3 (M_1 / M_2)^2, pero no mayor de 2.3 donde M_1 es el

menor y M_2 el mayor de los momentos de flexión en los extremos de la longitud no arriostrada, tomados respecto al eje mayor del miembro, y esta relación M_1 / M_2 es positiva cuando M_1 y M_2 tienen el mismo signo (flexión con curvatura doble), y negativo cuando estos tienen signos opuestos (flexión con curvatura simple). Cuando el momento de flexión en cualquier punto de la longitud no arriostrada es mayor que en cualquiera de los extremos, el valor de C_b se tomará como la unidad. Cuando se calcule F_{bx} y F_{by} para usarse la fórmula (1.2-1a), C_b puede calcularse por la fórmula dada anteriormente para marcos propensos a traslación de juntas, y se tomará como la unidad para marcos arriostrados que eviten la traslación de juntas. C_b podrá tomarse conservadoramente como la unidad para vigas en voladizo.

Para vigas híbridas, F_y para las fórmulas (1.1-6a) y (1.1-6b) es el esfuerzo de fluencia del patín en compresión. La fórmula (1.1-7) no se aplicará a vigas híbridas.

b) Para miembros que cumplan los requisitos de la de la Sección 1.3.1.2, pero no incluidos en el párrafo 2a de esta sección:

$$F_b = 0.60\ F_y$$

Siempre que las secciones flexionadas con respecto a su eje mayor estén arriostradas lateralmente en la región del esfuerzo de compresión, a intervalos no mayores de:

$$637\ b_f\ /\ \sqrt{F_y}$$

1.1.1.5 Aplastamiento

1.1.1.5.1 En el área de contacto de superficies aisladas, y en los extremos de atiesadores de carga ajustados; en el área proyectada de agujeros escareados, taladrados o barrenados para pasadores:

$$F_p = 0.90\ F_y$$

1.1.1.5.2 En rodillos de expansión y en balancines, en kg/cm:

$$F_p = \left(\frac{F_y - 914}{1\,400} \right) 46\, d$$

donde *d* es el diámetro del rodillo o del balancín, en cm

Sección 1.2 Estabilidad y relaciones de esbeltez

1.2.1 Generalidades

Una estructura deberá ser estable en su totalidad y en cada uno de sus miembros. En el diseño deberán tomarse en cuenta los efectos significativos de las cargas que resultan de la deformación de la estructura o de los elementos individuales del sistema que soporta las cargas laterales, incluyendo los efectos sobre vigas, columnas, arriostramientos, conexiones y muros de cortante.

Para determinar la relación de esbeltez de un miembro cargado en compresión axial, Kl será su longitud efectiva y r el radio de giro correspondiente, excepto lo estipulado en la Sección 1.1.1.3.3.

1.2.2 Marcos arriostrados (desplazamiento lateral impedido)

El factor de longitud efectiva, K, para miembros a compresión de armaduras y de aquellos marcos cuya estabilidad lateral se logra mediante una adecuada unión con arriostramiento en diagonal, muros de cortante, una estructura adyacente que tenga estabilidad lateral adecuada, losas de piso o de techo fijadas horizontalmente por muros o por arriostramientos paralelos al plano del marco será tomado como la unidad, a menos que un estudio demuestre que puede usarse un valor menor.

1.2.3 Marcos no arriostrados (desplazamiento lateral permitido)

En marcos donde la estabilidad lateral depende de la rigidez a la flexión de las vigas y columnas unidas rígidamente, la longitud efectiva, Kl, de los miembros en compresión, se determinará por un método racional, y no será menor que la longitud no arriostrada.

1.2.4 Relaciones máximas de esbeltez

La relación de esbeltez, Kl/r, de miembros en compresión no excederá de 200.

La relación de esbeltez, Kl/r, de miembros en tensión que no sean barras, preferiblemente no excederá de:

Para miembros principales	240
Para miembros del arriostramiento lateral y otros secundarios	300

Sección 1.3 Relaciones ancho-espesor

1.3.1 Elementos en compresión no atiesados

1.3.1.1 Los elementos en compresión no atiesados son aquellos que tienen un borde libre paralelo a la dirección del esfuerzo de compresión. El ancho de las placas no atiesadas se tomará desde el borde libre hasta la primera fila de sujetadores o soldaduras; el ancho de los lados de ángulos y de los patines de perfiles CE, así como del alma de secciones en T, se tomará como la dimensión total nominal; el ancho de los patines de los perfiles I y T se tomará como la mitad del ancho total nominal. El espesor de un patín de espesor variable se medirá a la mitad de la distancia entre su borde libre y la cara correspondiente del alma.

1.3.1.2 Los elementos no atiesados sometidos a compresión axial o a compresión debida a la flexión, se considerarán como totalmente efectivos cuando la relación ancho-espesor no sea mayor de:

$640 / \sqrt{F_y}$ en puntales formados por un ángulo o dos ángulos con separadores.

$800 / \sqrt{F_y}$ en puntales formados por dos ángulos en contacto; ángulos o placas en compresión que sobresalgan de las trabes, columnas u otros miembros en compresión; patines en compresión de vigas; atiesadores de trabes armadas de alma llena.

$1\ 060 / \sqrt{F_y}$ en almas de perfiles T.

Cuando la relación ancho-espesor excede estos valores, el esfuerzo de diseño se regirá por otros valores.

1.3.2 Elementos en compresión atiesados

1.3.2.1 Los elementos en compresión atiesados son aquellos que están soportados lateralmente a lo largo de los dos bordes paralelos a la dirección del esfuerzo de compresión. Su ancho es igual a la distancia entre las líneas más cercanas de sujetadores o soldaduras, o entre las raíces de los patines, en el caso de secciones laminadas.

Esfuerzos admisibles en kg/cm^2 para miembros en compresión (acero A 36)

Miembros principales y secundarios con Kl/r no mayor de 120						Miembros principales con Kl/r de 120 a 200				Miembros secundarios con l/r de 120 a 200 K = 1			
Kl/r	F_a kg/cm^2	Kl/r	F_a kg/cm^2	Kl/r	F_a kg/cm^2	Kl/r	F_a kg/cm^2	Kl/r	F_a kg/cm^2	Kl/r	F_a kg/cm^2	Kl/r	F_a kg/cm^2
1	1516	41	1344	81	1072	121	713	161	405	121	716	161	510
2	1513	42	1338	82	1064	122	702	162	400	122	709	162	506
3	1510	43	1332	83	1056	123	693	163	395	123	703	163	503
4	1507	44	1326	84	1048	124	682	164	390	124	696	164	501
5	1504	45	1320	85	1040	125	671	165	386	125	689	165	498
6	1501	46	1315	86	1031	126	662	166	381	126	682	166	495
7	1498	47	1308	87	1024	127	651	167	376	127	675	167	492
8	1494	48	1303	88	1015	128	641	168	372	128	667	168	489
9	1491	49	1297	89	1007	129	631	169	368	129	661	169	487
10	1488	50	1290	90	998	130	622	170	364	130	654	170	484
11	1484	51	1284	91	991	131	612	171	359	131	647	171	482
12	1480	52	1278	92	982	132	603	172	355	132	641	172	480
13	1477	53	1271	93	973	133	593	173	351	133	635	173	477
14	1473	54	1265	94	965	134	585	174	347	134	629	174	475
15	1469	55	1259	95	956	135	576	175	343	135	623	175	473
16	1465	56	1252	96	948	136	567	176	339	136	617	176	471
17	1461	57	1245	97	939	137	560	177	335	137	612	177	469
18	1457	58	1239	98	930	138	551	178	331	138	606	178	467
19	1453	59	1233	99	921	139	543	179	328	139	600	179	465
20	1448	60	1226	100	913	140	536	180	324	140	596	180	463
21	1444	61	1218	101	903	141	528	181	320	141	590	181	461
22	1440	62	1212	102	894	142	521	182	317	142	585	182	459
23	1435	63	1205	103	885	143	513	183	314	143	580	183	458
24	1431	64	1198	104	877	144	506	184	310	144	575	184	456
25	1426	65	1191	105	867	145	499	185	307	145	571	185	454
26	1422	66	1184	106	858	146	493	186	304	146	566	186	453
27	1417	67	1177	107	849	147	486	187	300	147	562	187	451
28	1412	68	1170	108	840	148	480	188	297	148	558	188	450
29	1407	69	1162	109	830	149	473	189	294	149	553	189	449
30	1402	70	1155	110	821	150	467	190	291	150	549	190	447
31	1397	71	1148	111	811	151	461	191	288	151	545	191	446
32	1392	72	1140	112	802	152	454	192	285	152	541	192	445
33	1387	73	1133	113	792	153	449	193	282	153	537	193	444
34	1382	74	1126	114	783	154	443	194	279	154	534	194	443
35	1377	75	1118	115	773	155	437	195	276	155	529	195	442
36	1371	76	1110	116	763	156	432	196	274	156	526	196	441
37	1365	77	1103	117	753	157	426	197	271	157	522	197	440
38	1360	78	1095	118	743	158	420	198	268	158	520	198	439
39	1355	79	1088	119	733	159	416	199	265	159	516	199	438
40	1349	80	1080	120	723	160	410	200	262	160	513	200	437

Diseño hidráulico

Flujo a superficie libre

Ecuaciones fundamentales de la hidráulica

Ecuación de Bernoulli.

1.- Concepto.

$$CH_1 = z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma}$$

CH_1 = carga hidráulica en el punto 1 (metros de columna de agua)
z_1 = elevación del punto 1 respecto a un nivel de referencia (m)
$\frac{v_1^2}{2g}$ = carga hidráulica por velocidad en el punto 1 (metros de columna de agua)
$\frac{P_1}{\gamma}$ = carga hidráulica de presión (metros de columna de agua).
P_1 = presión del agua en el punto 1 (kg/m²)
v_1 = velocidad del agua en el punto 1
γ = 1 000 kg/m³.

2.- Planteamiento entre dos puntos

$$CH_{final} = CH_{inicial} - hf$$

hf = pérdidas de carga en la trayectoria (mca)

3.- Considerando bombeo en la trayectoria

$$CH_1 + Hb = CH_2$$

Hb = carga hidráulica de presión en la bomba (mca)

4.- Considerando turbina en la trayectoria

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} - hf - T = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

T = carga hidráulica cedida a la turbina (mca)

Canales

Diseño de canales en flujo uniforme.

Variables	Definición
A	Área total en m
Q	Gasto de diseño(m³/s)
n	Número de Manning
b	Plantilla del fondo (m)
s	Pendiente del fondo(m/m)
d	Tirante (m)
t	Talud (m)

Partiendo de la ecuación de Manning para la velocidad

$$v = \frac{R^{2/3} S^{1/2}}{n}$$

Velocidad de sección óptima $v_{\max} = \left[\frac{Qs^{3/2}}{4rn^3}\right]^{1/4}$ $r = 2\sqrt{1+t^2} - t$

Radio hidráulico $R = \left[\frac{vn}{s^{1/2}}\right]^{3/2}$

Área de flujo $A = \frac{Q}{v}$ $A = bd + td^2$

Perímetro húmedo $P = \frac{A}{R}$ $P = b + 2d\sqrt{(1+t^2)}$

Tirantes y plantillas

$$d_1 = \frac{P + \sqrt{P^2 - 4rA}}{2r} \qquad d_2 = \frac{P - \sqrt{P^2 - 4rA}}{2r}$$

$$b_1 = \frac{A}{d_1} - td_1 \qquad b_2 = \frac{A}{d_2} - td_2$$

$$r = 2\sqrt{1+t^2} - t$$

Tirante crítico en un canal rectangular

En un canal rectangular donde *q* = *Vy* es el gasto por unidad de ancho, se tiene

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

La energía específica tiene un valor mínimo que se obtiene igualando

$$\frac{dE}{dy} = 0 \qquad \frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3}$$

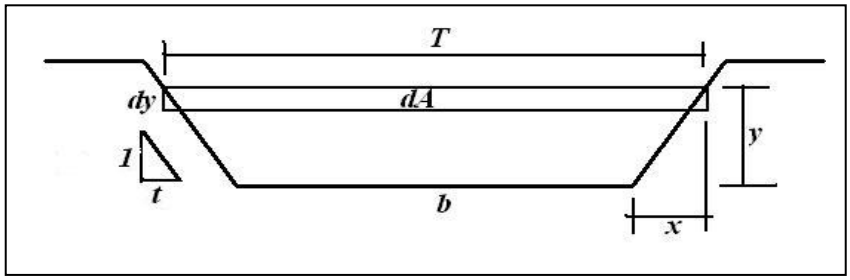
o sea,

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

Este tirante se conoce como tirante crítico. Si se elimina q² de las ecuaciones anteriores se tiene

$$E_{mín} = 1.5 y_c$$

Tirante crítico en un canal trapecial



En canales trapeciales como se ilustra en la figura siguiente la energía específica toma la forma:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

donde A es el área de la sección transversal. Para encontrar el tirante crítico, se tiene

$$\frac{dE}{dy} = 0 = 1 - \frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}$$

De la figura la relación entre *dA* y *dy* se puede expresar mediante

$$dA = Tdy$$

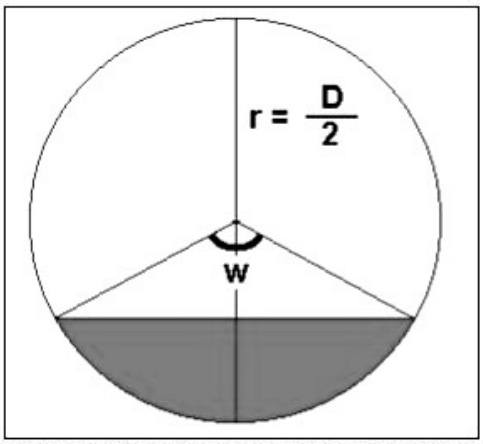
donde T es el ancho de la sección transversal en la superficie del líquido:

$$T = b + 2x$$

con $\frac{x}{y} = \frac{t}{1} \quad x = ty \quad T = b + 2ty$

Para el tirante crítico, entonces, $\frac{Q^2}{gA_c^3}T_c = 1$

Tubería circular trabajando como canal



Area hidráulica representada dentro de una tubería circular.

Variable	Elemento	Unidad
D	diámetro	m
d	tirante	m
n	rugosidad	
S	pendiente	m/m

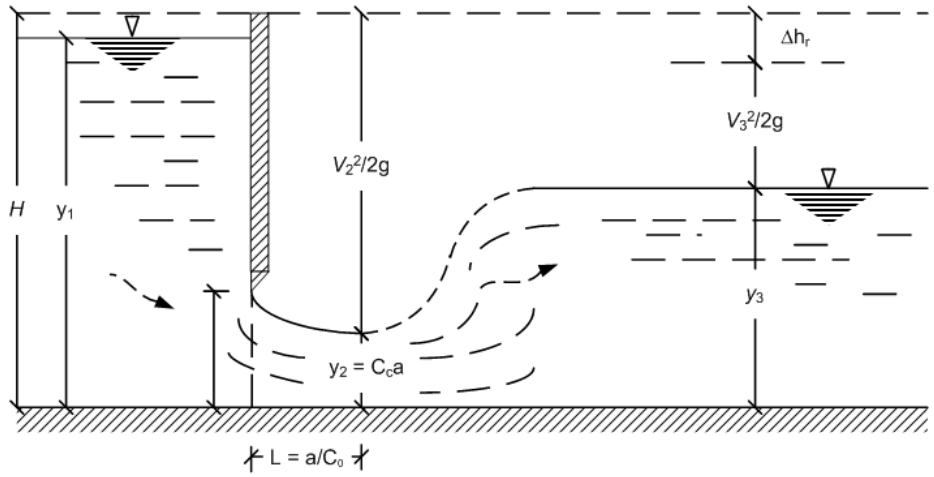
Cálculos

Variable	Elemento	Unidad	Fórmulas
w	ángulo central	radianes	$w = 2\cos^{-1}(1-2d/D)$
A	área de flujo	m²	$A = \frac{D^2}{8}(w - senw)$
P	perímetro mojado	m	$P = \frac{D}{2}w$
R	radio hidráulico	m	$R = \frac{A}{P}$
v	velocidad del flujo	m/s	$v = \frac{R^{2/3}S^{1/2}}{n}$
Q	gasto	m³/s	$Q = vA$

Compuertas planas rectangulares

Descarga libre. Se da si $\frac{y_1}{a} \geq 0.81\left(\frac{y_3}{a}\right)^{1.72}$

Compuerta plana descarga libre



$$Q = C_d b a\sqrt{2gy_1}$$ m³/s

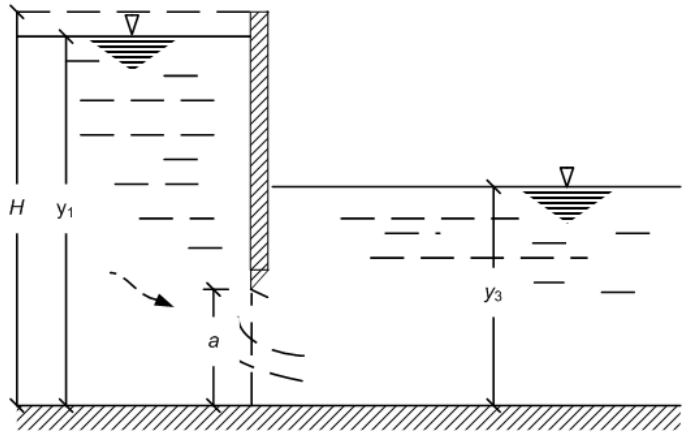
b = ancho de la compuerta (m); *a* = abertura de la compuerta (m)
Ecuaciones para el coeficiente de descarga *Cd*

$$\mathrm{Cd} = 0.5316\left(\frac{y_1}{a}\right)^{0.0516}$$ Si y1/a<10

Cd=0.6 Si y1/a>10

Descarga ahogada. Se da si $\frac{y_1}{a} < 0.81\left(\frac{y_3}{a}\right)^{1.72}$

Compuerta plana descarga ahogada



$$Q = C_d b a\sqrt{2gy_1}$$

Ecuación para Cd

$$\Phi = \frac{y_1}{y_3}, \Psi = \frac{y_1}{Cc \cdot a}$$

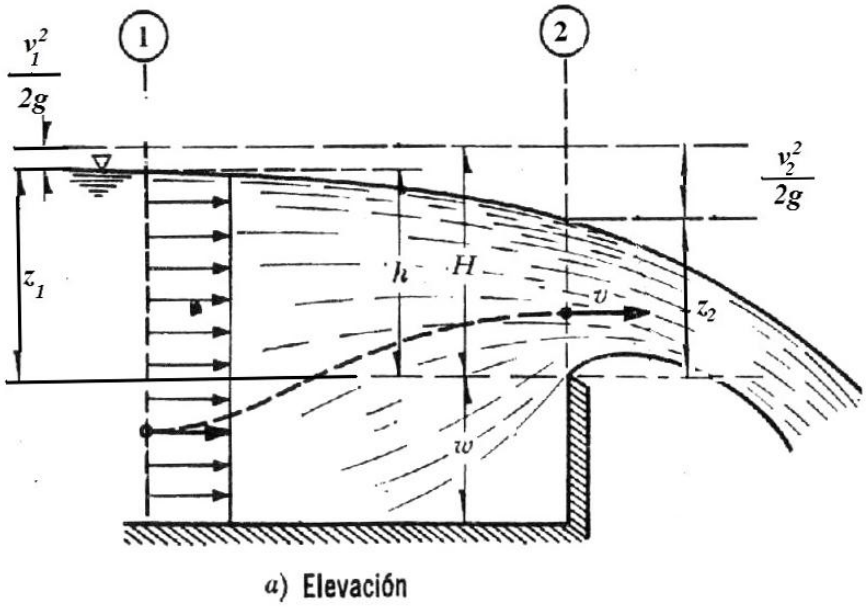
$$A1 = (\Psi - 1)^2 + 2(\Phi - 1)$$

$$A2 = (\Psi^2 - 1)^2\left(1 - \frac{1}{\Phi}\right)^2$$

$$A3 = \Psi - \frac{1}{\Psi}$$

$$Cd = \frac{Cc\left(A1 - \sqrt{A1^2 - A2}\right)^{1/2}}{A3}$$

Vertedores rectangulares de pared delgada



a) Elevación

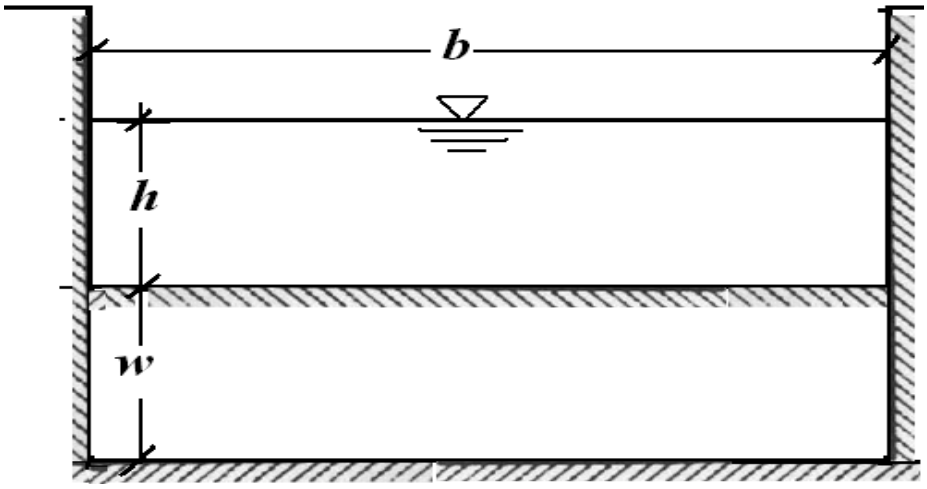
$C_C = 0.62$

$Q = C_d b H^{3/2}$ (m³/s); *b* = ancho del vertedor (m). $H = h + \frac{v_1^2}{2g}$

$C_d = \frac{2}{3}\sqrt{2g}\mu = 2.952\mu$

Ecuaciones para el coeficiente μ

Vertedores rectangulares de pared delgada sin contracciones laterales



1. Método de Hegly

Límites de aplicación

Variable	inferior	superior
h(m)	0.1	0.6
b(m)	0.5	2.0
w(m)	0.2	1.13

Componentes de la ecuación de μ.

$Primero = 0.6075 - 0.045(\frac{B-b}{B})$ (Componente "*A*") $\mu = (A+B))(1+CD)$

$Segundo = \frac{0.0041}{h}$ (Componente "*B*")

$Tercero = 0.55(\frac{b}{B})^2$ (Componente "*C*")

$Cuarto = (\frac{h}{h+w})^2$ (Componente "*D*")

2. Método de Rehbock (vertedores sin contracciones laterales)

Límites de aplicación (primeras restricciones)

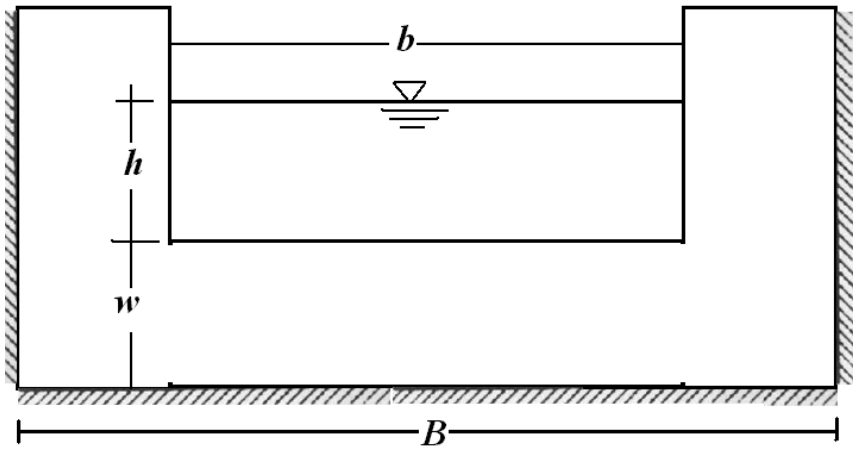
Variable	inferior	superior
h(m)	0.01	0.8
b(m)	0.30	
w(m)	0.06	
h/w		1

$$A = 0.6035 + 0.0813(\frac{h+0.0011}{w})$$

$$B = \left[1 + \frac{0.0011}{h}\right]^{3/2}$$

$$\mu = AB$$

Vertedores rectangulares de pared delgada con contracciones laterales



3.- Método de Hamilton-Smith

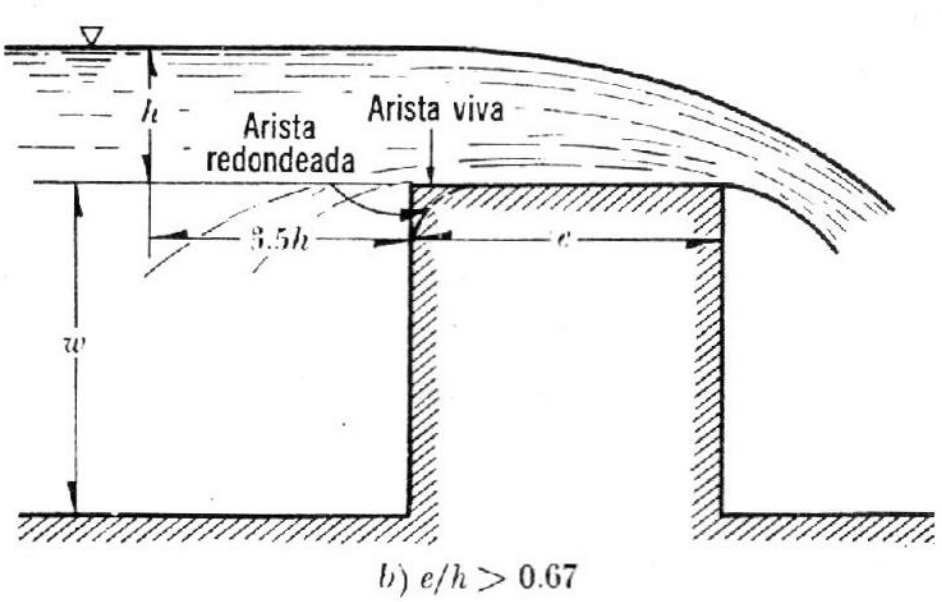
Límites de aplicación (primeras restricciones)

Variable	inferior	superior
h(m)	0.075	0.6
b(m)	0.3	
w(m)	0.3	

Límites de aplicación (segundo grupo de restricciones)

$$h \le \frac{w}{2} \qquad b \le (B - 2h) \qquad \frac{h}{b} \le 0.50 \qquad \mu = 0.616\left(1 - \frac{b}{10B}\right)$$

Vertedores rectangulares de pared gruesa. Cuando *e/h*> 0.67



b) $e/h > 0.67$

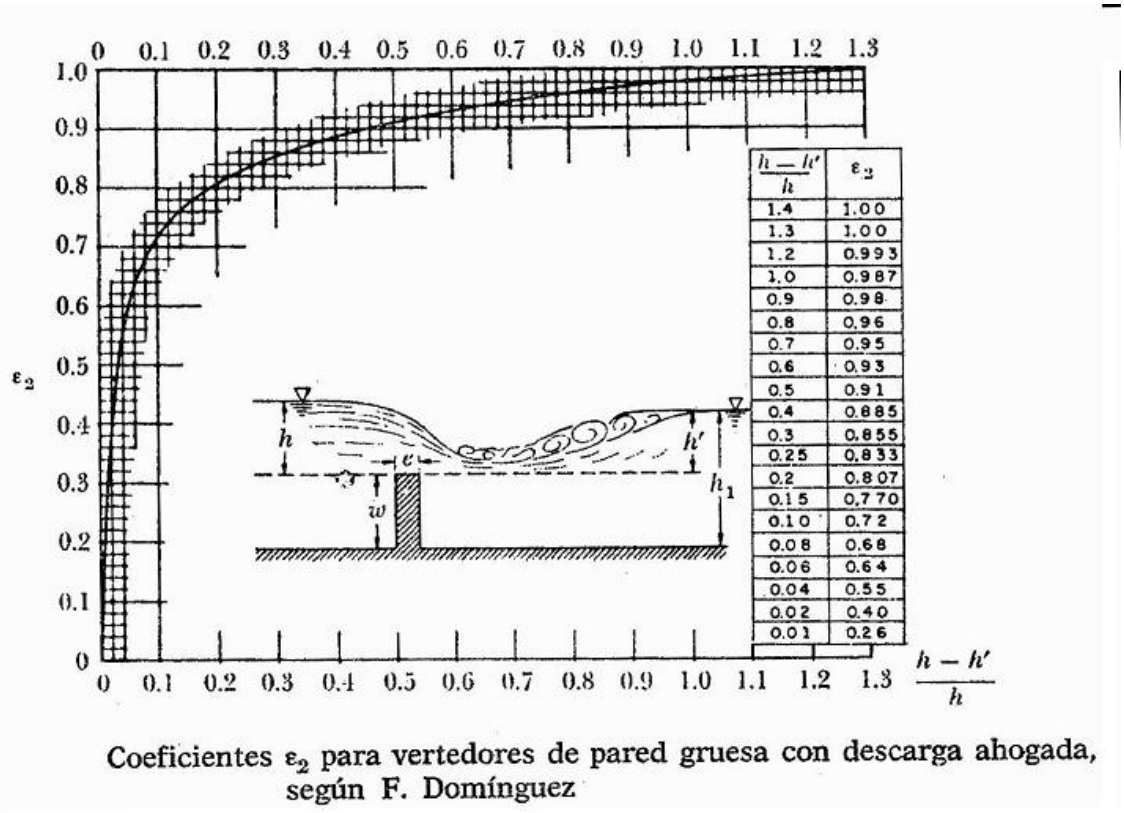
$Q = \varepsilon_1 C_d b h^{3/2}$ (m³/s); (b=ancho del vertedor).

Cd = coeficiente del vertedor como si fuera de pared delgada.
Corrección por espesor del muro del vertedor (coeficiente ε_1).

Si 0.67<*e/h*<3 $\quad \varepsilon_1 = 0.7 + \frac{0.185}{e/h}$

Si *e/h*>3 $\quad \varepsilon_1 = 0.75 + \frac{0.1}{e/h}$

Vertedores rectangulares sumergidos



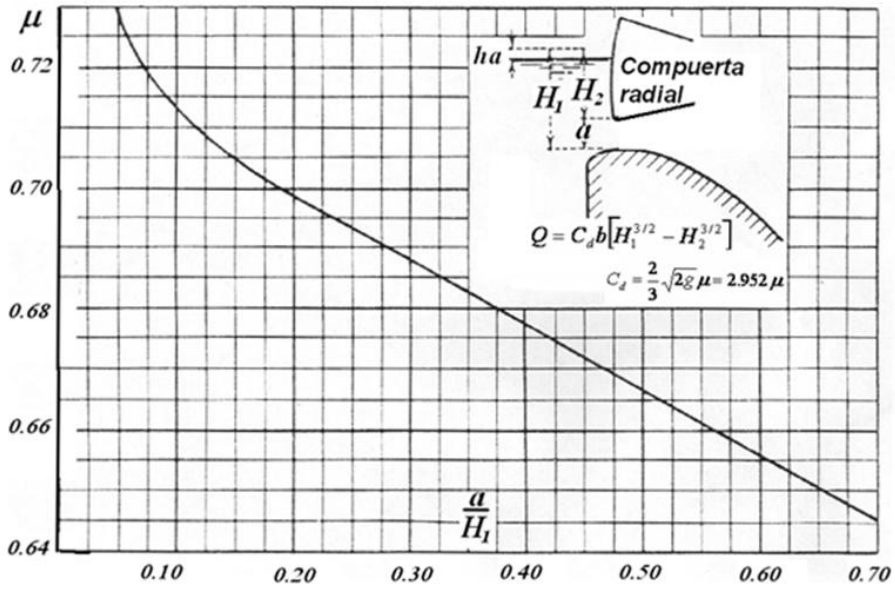
$\frac{h-h'}{h}$	ε_2
1.4	1.00
1.3	1.00
1.2	0.993
1.0	0.987
0.9	0.98
0.8	0.96
0.7	0.95
0.6	0.93
0.5	0.91
0.4	0.885
0.3	0.855
0.25	0.833
0.2	0.807
0.15	0.770
0.10	0.72
0.08	0.68
0.06	0.64
0.04	0.55
0.02	0.40
0.01	0.26

Coeficientes ε_2 para vertedores de pared gruesa con descarga ahogada, según F. Domínguez

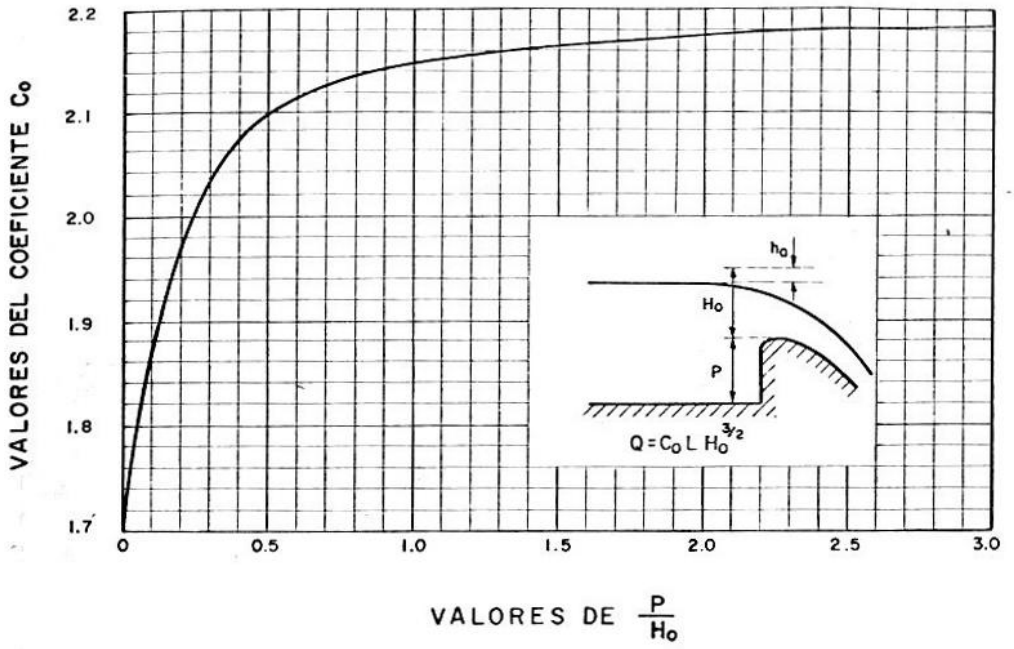
$$Q = \varepsilon_2 \varepsilon_1 C_d b h^{3/2}$$

ε_2 = corrección por sumergencia según el valor de $\frac{h-h'}{h}$

Vertedor de cresta redondeada controlado por compuertas radiales

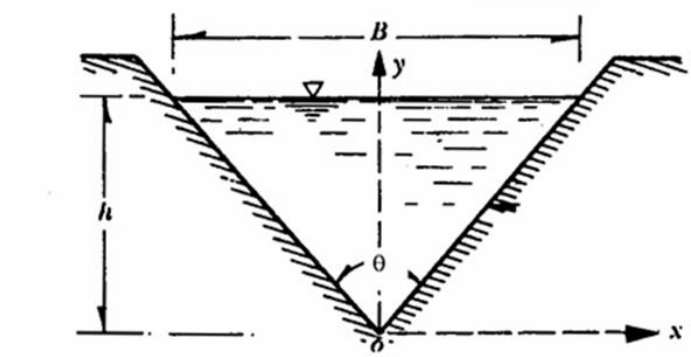


Cortina vertedora de cresta libre



COEFICIENTES DE DESCARGA PARA LAS CRESTAS EN PARED VERTICAL

Vertedores triangulares



Vertedor triangular.

Método de Hegly para vertedores triangulares. Vale para θ = 90 grados y Hay que subir 0.10 m<*h*<0.50 m y valores de *w* pequeñas

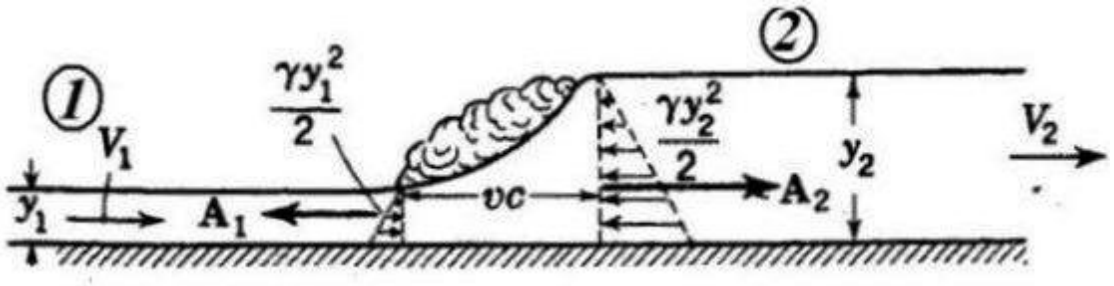
$$Q = \frac{8}{15}\sqrt{2g}\left[\tan(\frac{\theta}{2})\right]\mu h^{5/2} \qquad \mu = \left[0.5812 + \frac{0.00375}{h}\right]\left[1 + \left(\frac{h^2}{B(h+w)}\right)\right]$$

Método de Gourley y Crimp

$$Q = 1.32\left[\tan\frac{\theta}{2}\right]h^{2.48}$$

Salto hidráulico (canales rectangulares).

Las variables típicas involucradas en el salto hidráulico se presentan en la figura siguiente.

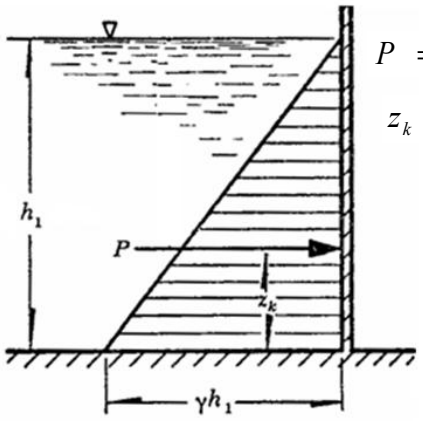


Variable	Definición
y_1	tirante antes del salto (m)
A_1	área de flujo antes del salto (m²)
V_1	velocidad del agua antes del salto (m/s)
$\gamma y_1^2/2$	empuje hidrostático antes del salto (kg)
vc	longitud del salto (m)
$\gamma y_2^2/2$	empuje hidrostático después del salto (kg)
A_2	área de flujo después del salto (m²)
y_2	tirante después del salto (m)
V_2	velocidad del agua después del salto (m/s)
Q	gasto de la corriente (m³/s)

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{y_1}{2}\right)^2 + \frac{2V_1^2 y_1}{g}}$$

Empujes hidrostáticos (*b* = ancho, m).

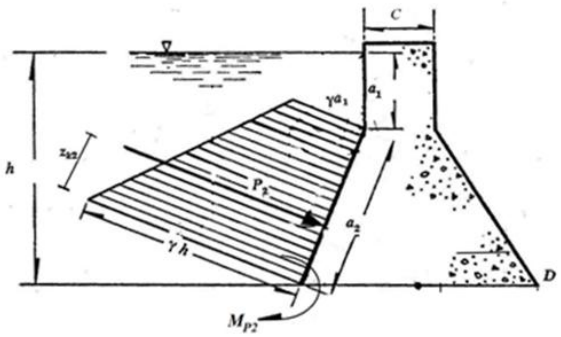
1.- Empuje horizontal en una cara plana vertical.



$$P = \gamma h_1 (h_1)(b)/2$$

$$z_k = (1/3)h_1$$

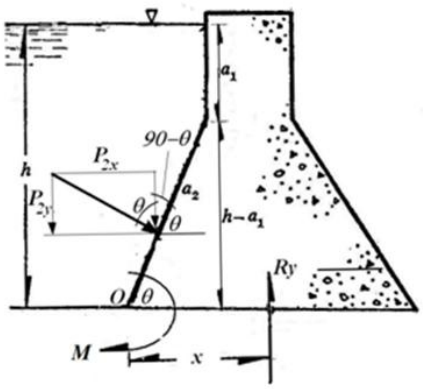
2.- Empuje hidrostático en una cara inclinada.



Fuerzas	Definición	Unidad	distancia(m)	Momento	Unidad
P2	Empuje	kg	z_{k2}	M_{P2}	kg-m

$$P_2 = \frac{(\gamma h + \gamma a_1)(a_2)b}{2} \qquad z_{k2} = \frac{a_2}{3}\left(\frac{\gamma h + 2a_1\gamma}{\gamma h + a_1\gamma}\right) \qquad M_{P2} = P_2 z_{k2}$$

3.- Reacción vertical en un muro trapezoidal.



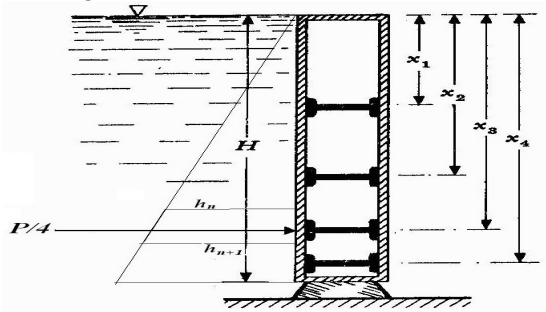
$$\theta = sen^{-1}\left(\frac{h-a_1}{a_2}\right)$$

$$P_{2y} = P_2 \cos\theta$$

$$\sum F_y = 0 = Ry - P_2\cos\theta - W_{MURO}$$

$$Ry = W_{MURO} + P_2\cos\theta$$

4.- Ubicación de viguetas en muro metálico. (*B* = ancho del muro en metros *n* = número de viguetas). No permitiendo el vertido superior.(están encimadas las figuras



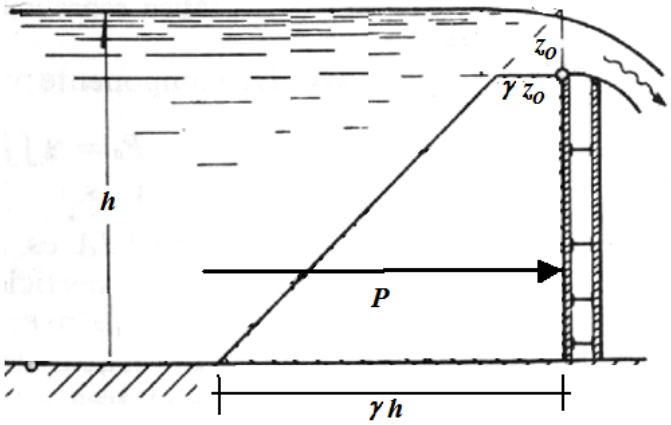
$$P = \frac{\gamma H(H)}{2}B \qquad z_k = \frac{H}{3}$$

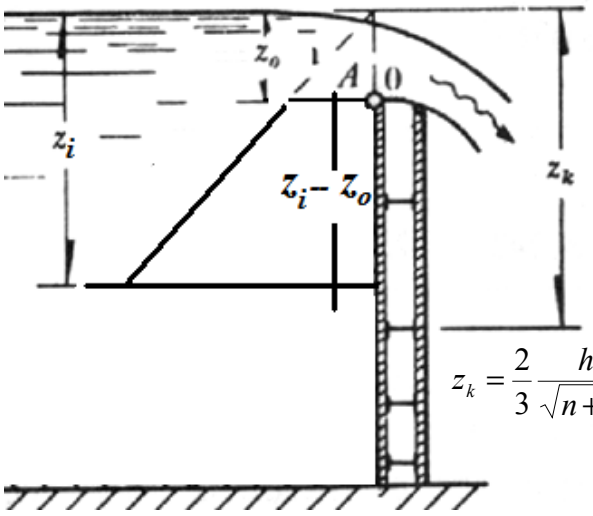
$$h_{n+1} = \sqrt{h_n^2 + \frac{2(P/4)}{\gamma B}}$$

$$x_{n+1} = h_n + \left(\frac{h_{n+1}-h_n}{3}\right)\left(\frac{2h_{n+1}+h_n}{h_{n+1}+h_n}\right)$$

$$P = \frac{\gamma h + \gamma z_o}{2}(h - z_o)B \qquad P_i = \frac{P}{n}$$

Permitiendo el vertido superior.





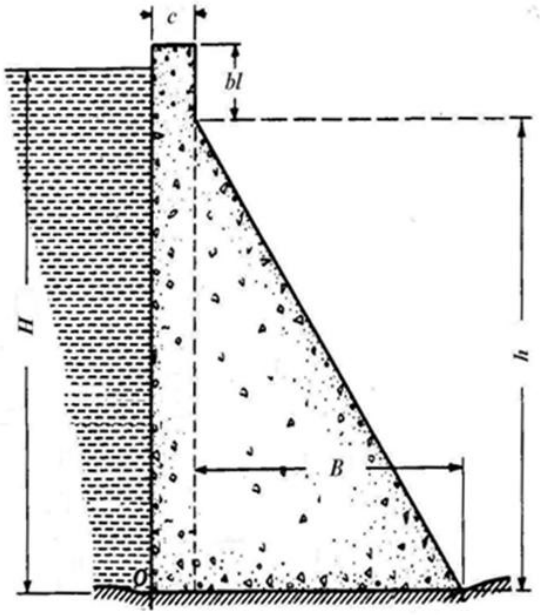
$$z_i = \sqrt{z_0^{\,2} + \frac{2P_i}{\gamma B}}$$

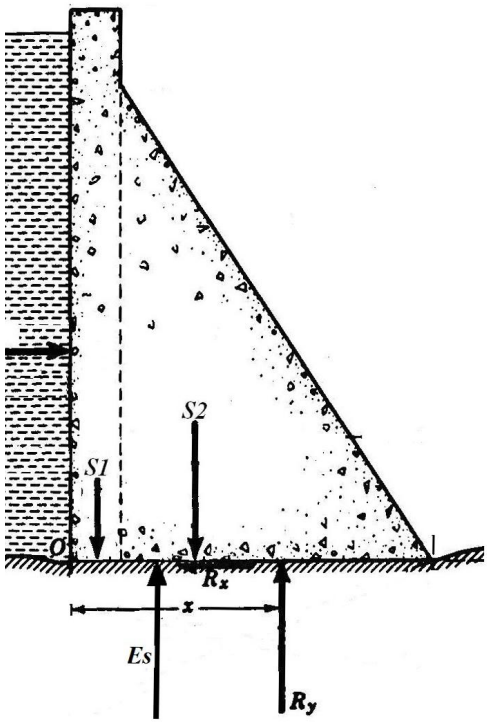
$$m = \frac{n}{\left(h/z_0\right)^2 - 1}$$

$$z_k = \frac{2}{3}\frac{h}{\sqrt{n+m}}\left[(k+m)^{3/2} - (k+m-1)^{3/2}\right]$$

k= número del larguero desde la parte superior del muro

5.- Fuerzas en cortina de concreto (*a* = ancho de la cortina en metros; γc = 2 400 kg/m³).



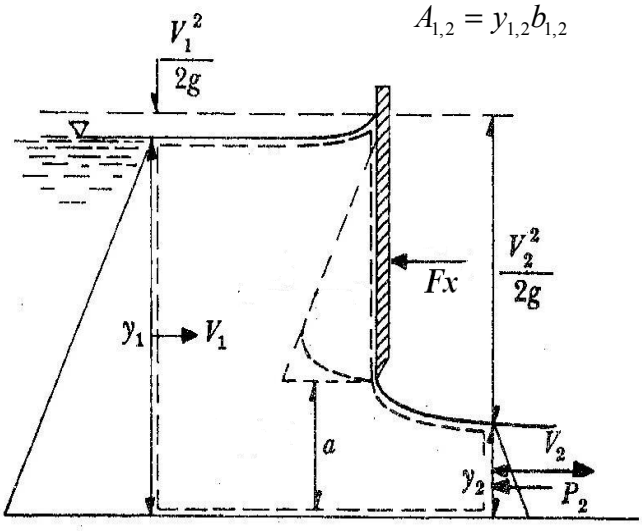


$$Eh = \frac{\gamma H^2}{2} a \qquad S1 = \gamma_C c(bl + h)a \qquad S2 = \gamma_C \frac{Bh}{2} a \qquad Es = \frac{\gamma H}{2}(c + B)(\frac{a}{2}) \qquad Ry = S1 + S2 - Es$$

$$x = \frac{M_O^{Eh} + M_O^{S1} + M_O^{S2} - M_O^{Es}}{Ry}$$

Empujes hidrodinámicos

1.- Compuertas planas rectangulares y cortina vertedora (*b* = ancho, m).



$$A_{1,2} = y_{1,2} b_{1,2}$$

$$E_1 = \frac{\gamma y_1^2 b}{2} \qquad E_2 = \frac{\gamma y_2^2 b}{2}$$

$$Q_{1,2} = v_{1,2} A_{1,2}$$

$$\Delta Fp = E_2 - E_1$$

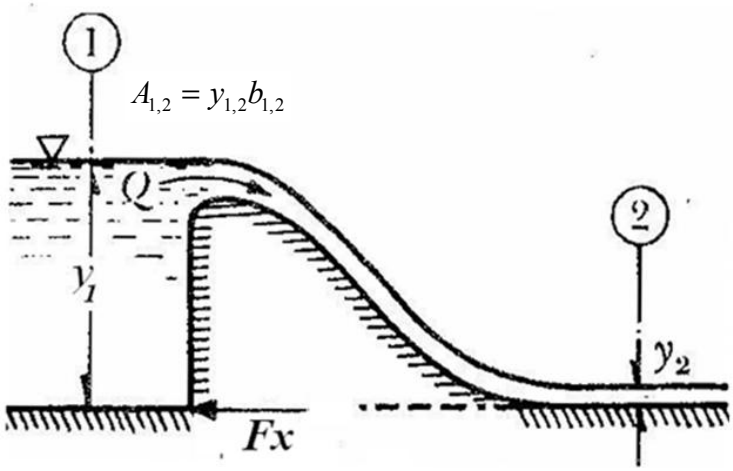
$$Fd_1 = \frac{\gamma}{g} Q_1 v_1$$

$$Fd_2 = \frac{\gamma}{g} Q_2 v_2$$

$$\Delta Fd = Fd_2 - Fd_1$$

$$Fx = \Delta Fd + \Delta Fp$$

2. Cortina vertedora (*b* = ancho, m).



$$A_{1,2} = y_{1,2} b_{1,2}$$

$$E_1 = \frac{\gamma y_1^2 b}{2} \qquad E_2 = \frac{\gamma y_2^2 b}{2}$$

$$Q_{1,2} = v_{1,2} A_{1,2}$$

$$\Delta Fp = E_2 - E_1$$

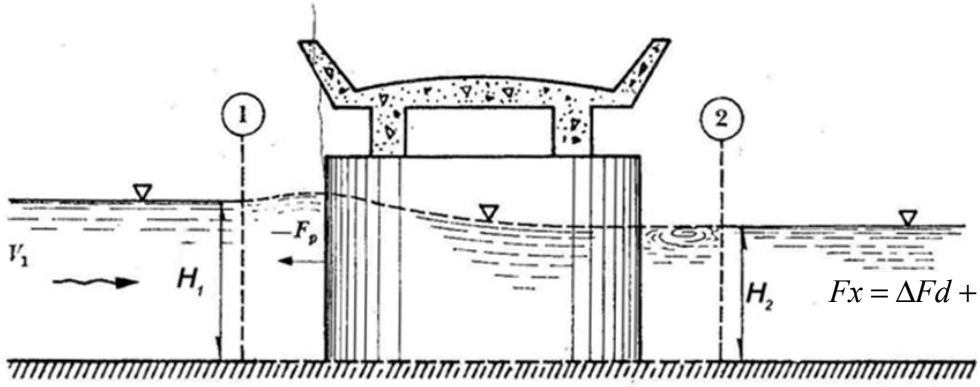
$$Fd_1 = \frac{\gamma}{g} Q_1 v_1$$

$$Fd_2 = \frac{\gamma}{g} Q_2 v_2$$

$$\Delta Fd = Fd_2 - Fd_1$$

$$Fx = \Delta Fd + \Delta Fp$$

3.- Pilas de puentes.



Variable	Literal	Unidad
Separación entre pilas	*S*	m
Velocidad	v_1	m/s
Tirante aguas arriba	H_1	m
Tirante aguas abajo	H_2	m

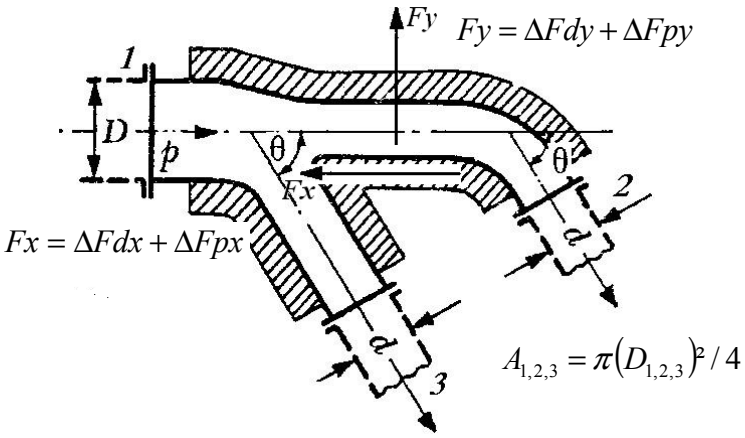
$$Q = v_1 A = v_1 H_1 S \qquad v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{H_2 S}$$

$$Fd_{1,2} = (\gamma / g)(Q_{1,2})(v_{1,2})$$

$$Fp_{1,2} = \gamma (y_{1,2}^2 / 2) b_{1,2}$$

$$\Delta Fp = Fp_2 - Fp_1 \qquad \Delta Fd = Fd_2 + Fd_1$$

4.- Pieza especial con doble cambio de dirección (g = 9.81 m/seg²; γ = 1 000 kg/m³).



$Fy = \Delta Fdy + \Delta Fpy$

$Fx = \Delta Fdx + \Delta Fpx$

$A_{1,2,3} = \pi\left(D_{1,2,3}\right)^2 / 4$

Secciones	Q(m³/s)	D(m)	p(kg/cm²)
1	Q_1	D_1	P_1
2	Q_2	D_2	?
3	Q_3	D_3	?
θ			

$$v_{1,2,3} = Q_{1,2,3} / A_{1,2,3} \qquad Q_{2,3} = Q_1 / 2$$

$$CH_1 = P_1 / \gamma + v_1^2 / 2g + z_1$$

$$P_{2,3} / \gamma = 0.1(CH_1 - v_{2,3}^2 / 2g - z_{2,3}$$

$$Fd_{1,2,3} = (\gamma / g)(Q_{1,2,3})(v_{1,2,3})$$

$$Fdx_{1,2,3} = Fd_{1,2,3}(Cos(\theta_{1,2,3}))$$

$$Fdy_{1,2,3} = Fd_{1,2,3}(Sen(\theta_{1,2,3}))$$

$$\Delta Fpy = \left[\sum Fpy\right]_{salida} - \left[\sum Fpy\right]_{entrada}$$

$$\Delta Fdx = \left[\sum Fdx\right]_{salida} - \left[\sum Fdx\right]_{entrada}$$

$$Fp_{1,2,3} = p_{1,2,3}(A_{1,2,3})$$

$$Fpx_{1,2,3} = Fp_{1,2,3}(Cos(\theta_{1,2,3}))$$

$$Fpy_{1,2,3} = Fp_{1,2,3}(Sen(\theta_{1,2,3}))$$

$$\Delta Fpx = \left[\sum Fpx\right] - \left[\sum Fpx\right]$$

$$\Delta Fpy = \left[\sum Fpy\right]_{salida} - \left[\sum Fpy\right]_{entrada}$$

Diseño ambiental

Abastecimiento de agua

Método de los mínimos cuadrados para determinar la población de proyecto (P), con el *ajuste lineal*:

$P = a+bt$; $a = \frac{\Sigma P_i - b\Sigma t_i}{N}$; $b = \frac{N\Sigma t_i P_i - \Sigma t_i \Sigma P_i}{N\Sigma t_i^2 - (\Sigma t_i)^2}$; en donde N= número total de datos, Σt_i = suma de los años con información, ΣP_i = suma del número de habitantes.

Gastos medio diario, máximo diario y máximo horario:

$Q_{MED} = \frac{DP}{86\,400}$ — Q_{MED}: gasto medio diario, en L/s.
D: dotación, en L/hab/día.
P: número de habitantes.
86 400 s/día.

$Q_{Md} = CV_d \times Q_{med}$ — Q_{Md}: gasto máximo diario, en L/s.

$Q_{Mh} = CV_h \times Q_{Md}$ — Q_{Mh}: gasto máximo horario, en L/s.
CV_d: coeficiente de variación diaria.
CV_h: coeficiente de variación horaria.

Línea de conducción por gravedad:

$Q = VA$ — Q: gasto, en L/s
V: velocidad del agua, en m/s
A: área, en m^2

$V = \frac{\nu(Re)}{D}$ — V: velocidad del agua, en m/s
ν: viscosidad, en m^2/s
Re: número de Reynolds
D: diámetro de la tubería en m

$h_{fT} = KL_TQ^2$ — h_{fT}: pérdidas por fricción total, en mca
K: constante de Manning
L_T: longitud total de la conducción, en m

$H = h_{f1} + h_{f2} = h_{fT}$ — H: desnivel topográfico, en m
$S_T = H/L_T$ — S_T: pendiente topográfica
$K = S_T/Q^2$
$S_H = KQ^2$ — S_H: pendiente hidráulica
$L_1 = \frac{H - L_T S_{H2}}{S_{H2} - S_{H1}}$ — L_1: longitud para el diámetro 1, en m
$L_2 = \frac{H - L_T S_{H1}}{S_{H1} - S_{H2}}$
$L_T = L_1 + L_2$

Fórmula de Depuit:

$D = 1.5\sqrt{Q}$ — D: diámetro medio, en pulgadas

Línea de conducción por bombeo:

$A = 0.785\ D^2$

A: área, en m^2
D: diámetro en m^2

$$K = \frac{10.293 h^2}{D^{16/3}}$$

K: constante de Manning

$h_s = 5\%\ h_f$

h_s: pérdidas por fricción secundarias, en mca

$$HP = \frac{Q \times CDT}{76\eta}$$

HP: caballos de fuerza

Q: gasto en L/s
CDT: carga dinámica total, en mca
η: coeficiente de rugosidad de Manning.

$$h = \frac{145V}{1+\sqrt{\frac{E_a}{E_T}+\frac{D}{e}}}$$

h: valor del golpe de ariete, en mca

V: velocidad del agua, en m/s
E_a: módulo de elasticidad del agua
E_T: módulo de elasticidad del material de la tubería
D: diámetro, en cm
e: espesor, en cm

$$CDT = -\frac{V^2}{2g} + H + h_{fT} + h_s + h_T + t_{amT}$$

h_T: altura del tanque, en m
t_{amT}: tirante de aguas máximas en el tanque, en m

Fórmula de Manning:

$$V = \frac{1}{\eta} R^{2/3} S^{1/2}$$

R: radio hidráulico, en m

S: pendiente
η: coeficiente de rugosidad de Manning
V: velocidad, en m/s

Fórmula para cálculos hidráulicos de tuberías a presión:

$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

ΔH = pérdidas de energía, en m

f = coeficiente de fricción
L = longitud del tubo, en m
V = velocidad media, en m/s
g = aceleración de la gravedad, en m/s^2
D = diámetro interno del tubo, en m

Sistemas de alcantarillado

Fórmula de gasto medio para aguas negras en un tramo de la red:

$$Q_{MED} = \frac{A_p P}{86\,400}$$

Q_{MED}: gasto medio de aguas negras, L/s

A_p: aportación de aguas negras en L/hab/día
P: población
86 400: segundos/día

Fórmula de Harmon

P: población

$$M = 1 + \frac{14}{4 + \sqrt{\frac{P}{1\,000}}}$$

M: coeficiente de Harmon

Fórmula racional para alcantarillado pluvial

$Q = 2.778\ CiA$

i: intensidad de la lluvia, mm/h
A: área desaguada, ha
C: coeficiente de escurrimiento de impermeabilidad

Fórmula de Burkli-Ziegler para alcantarillado pluvial

$Q = KA^{3/4}$;
$K = 2.778\ CIS^{1/4}$

Q: gasto, L/s
A: área, ha
I: intensidad de la lluvia, mm/h
S: pendiente topográfica, milésimos

Diseño de cimentaciones

Deformaciones en suelos.

$$k\delta + P_e + P_C = 0$$

$$\delta = \sum_{i=1}^{ne} H_i M_{Zi}$$

Capacidad de carga

$$q_C = CN_C + \gamma Df\, Nq + 0.5\, \gamma_2\, B\, N\gamma$$

- Suelo puramente cohesivo

$$q_{adm} = \frac{CN_C}{F.\ S.} + \gamma Df \qquad C \neq 0,\ \phi = 0$$

- Suelo puramente friccionante

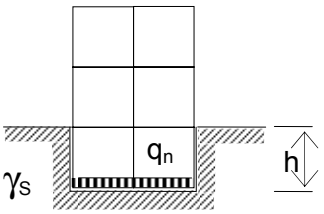
$$q_{adm} = \frac{CN_C + \gamma Df\, Nq + 0.5\, \gamma_2\, BN\gamma}{F.\ S.}$$

Cimentaciones someras

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_0} H$$

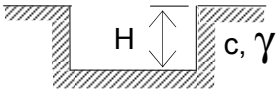
- Cimentación totalmente compensada

$$h = \frac{q_n}{\gamma_S}$$

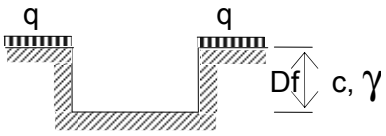


H_C = altura crítica

$$H_C = \frac{4c}{\gamma}$$

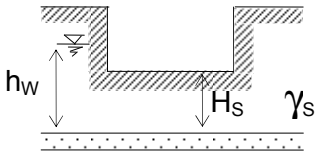


$$F.S. = \frac{C\, N_C}{\gamma Df + q}$$



γ_W = peso específico del agua

$$h_W \leq \frac{\gamma_S \, h_S}{\gamma_W}$$



Cimentaciones profundas

$$q_f = \pi \, D \, L_{adh}$$

$$q_P = \left(\frac{C \, N_C + \gamma \, Df}{F.S.} \right) \Delta p$$

Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de cimentaciones

Tabla de requisitos mínimos para la investigación del subsuelo

a) Construcciones ligeras o medianas de poca extensión y con excavaciones someras

Son de esta categoría las edificaciones que cumplen con los siguientes tres requisitos:

Peso unitario medio de la estructura w ≤ 40 kPa (4 t/m²)
Perímetro de la construcción:
P ≤ 80 m en las zonas I y II; o
P ≤ 120 m en la zona III
Profundidad de desplante Df ≤ 2.5 m

ZONA I

1) Detección por procedimientos directos, eventualmente apoyados en métodos indirectos, de rellenos sueltos, galerías de minas, grietas y otras irregularidades.
2) Pozos a cielo abierto para determinar la estratigrafía y propiedades de los materiales y definir la profundidad de desplante.
3) En caso de considerarse en el diseño del cimiento un incremento neto de presión mayor de 80 kPa (8 t/m²), el valor recomendado deberá justificarse a partir de los resultados de las pruebas de laboratorio o de campo realizadas.

ZONA II

1) Inspección superficial detallada después de limpieza y despalme del predio para detección de rellenos sueltos y grietas.
2) Pozos a cielo abierto para determinar la estratigrafía y propiedades de los materiales y definir la profundidad de desplante.
3) En caso de considerarse en el diseño del cimiento un incremento neto de presión mayor de 50 kPa (5 t/m²), bajo zapatas o de 20 kPa (2 t/m²), bajo losa general, el valor recomendado deberá justificarse a partir de los resultados de las pruebas de laboratorio o de campo realizadas.

ZONA III

1) Inspección superficial detallada después de limpieza y despalme del predio para detección de rellenos sueltos y grietas.
2) Pozos a cielo abierto complementados con exploraciones más profundas, por ejemplo con posteadora, para determinar la estratigrafía y propiedades de los materiales y definir la profundidad de desplante.
3) En caso de considerarse en el diseño de cimiento un incremento neto de presión mayor de 40 kPa (4 t/m²), bajo zapatas o de 15 kPa (1.5 t/m²) bajo losa general, el valor recomendado deberá justificarse a partir de los resultados de las pruebas de laboratorio o de campo realizadas.

b) Construcciones pesadas, extensas o con excavaciones profundas

Son de esta categoría las edificaciones que tienen al menos una de las siguientes características:

Peso unitario medio de la estructura w > 40 kPa (4 t/m²)
Perímetro de la construcción:
P > 80 m en las Zonas I y II; o
P > 120 m en la Zona III
Profundidad de desplante Df > 2.5 m

ZONA I

1) Detección, por procedimientos directos, eventualmente apoyados en métodos indirectos, de rellenos sueltos, galerías de minas, grietas y otras oquedades.
2) Sondeos o pozos profundos a cielo abierto para determinar la estratigrafía y propiedades de los materiales y definir la profundidad de desplante. La profundidad de la exploración con respecto al nivel de desplante será al menos igual al ancho en planta del elemento de cimentación, pero deberá abarcar todos los estratos sueltos o compresibles que puedan afectar el comportamiento de la cimentación del edificio.

ZONA II

1) Inspección superficial detallada después de limpieza y despalme del predio para detección de rellenos sueltos y grietas.
2) Sondeos para determinar la estratigrafía y propiedades índice y mecánicas de los materiales del subsuelo y definir la profundidad de desplante mediante muestreo y/o pruebas de campo. En por lo menos uno de los sondeos, se obtendrá un perfil estratigráfico continuo con la clasificación de los materiales encontrados y su contenido de agua. Además, se obtendrán muestras inalteradas de los estratos que puedan afectar el comportamiento de la cimentación. Los sondeos deberán realizarse en número suficiente para verificar si el subsuelo del predio es uniforme o definir sus variaciones dentro del área estudiada.
3) En caso de cimentaciones profundas, investigación de la tendencia de los movimientos del subsuelo debidos a consolidación regional y determinación de las condiciones de presión del agua en el subsuelo, incluyendo detección de mantos acuíferos colgados.

ZONA III

1) Inspección superficial detallada después de limpieza y despalme del medio para detección de rellenos sueltos y grietas.
2) Sondeos para determinar la estratigrafía y propiedades índice y mecánicas de los materiales y definir la profundidad de desplante mediante muestreo y/o pruebas de campo. En por lo menos uno de los sondeos se obtendrá un perfil estratigráfico continuo con la clasificación de los materiales encontrados y su contenido de agua. Además, se obtendrán muestras inalteradas de los estratos que puedan afectar el comportamiento de la cimentación. Los sondeos deberán realizarse en número suficiente para verificar si el subsuelo del predio es uniforme o definir sus variaciones dentro del área estudiada.
3) En caso de cimentaciones profundas, investigación de la tendencia de los movimientos del subsuelo debidos a consolidación regional y determinación de las condiciones de presión del agua en el subsuelo, incluyendo detección de mantos acuíferos colgados.

Tabla Límites máximos para movimientos y deformaciones originados en la cimentación[1]

a) Movimientos verticales (hundimiento o emersión)

Concepto		Límite
En la zona I:		
Valor medio en el área ocupada por la construcción:		
Asentamiento:	Construcciones aisladas	5 cm (2)
	Construcciones colindantes	2.5 cm
En las zonas II y III:		
Valor medio en el área ocupada por la construcción:		
Asentamiento:	Construcciones aisladas	30 cm (2)
	Construcciones colindantes	15 cm
Emersión:	Construcciones aisladas	30 cm (2)
	Construcciones colindantes	15 cm
Velocidad del componente diferido		1 cm/semana

b) Inclinación media de la construcción

Tipo de daño	Límite	Observaciones
Inclinación visible	100 / (100 + 3hc) por ciento	h_c = altura de la construcción en m
Mal funcionamiento de grúas viajeras	0.3 por ciento	En dirección longitudinal

c) Deformaciones diferenciales en la propia estructura y sus vecinas

Tipo de estructuras	Variable que se limita	Límite
Marcos de acero	Relación entre el asentamiento diferencial entre apoyos y el claro	0.006
Marcos de concreto	Relación entre el asentamiento diferencial entre apoyos y el claro	0.004
Muros de carga de tabique de barro o bloque de concreto	Relación entre el asentamiento diferencial entre extremos y el claro	0.002
Muros con acabados muy sensibles, como yeso, piedra ornamental, etc.	Relación entre el asentamiento diferencial entre extremos y el claro	0.001 Se tolerarán valores mayores en la medida en que la deformación ocurra antes de colocar los acabados o estos se encuentren desligados de los muros.
Paneles móviles o muros con acabados poco sensibles, como mampostería con juntas secas	Relación entre el asentamiento diferencial entre extremos y el claro	0.004
Tuberías de concreto con juntas	Cambios de pendiente en las juntas	0.015

[1] Comprende la suma de movimientos debidos a todas las combinaciones de carga que se especifican en el Reglamento y las Normas Técnicas Complementarias. Los valores de la tabla son solo límites máximos y en cada caso habrá que revisar que no se cause ninguno de los daños mencionados al principio de este Capítulo.
[2] En construcciones aisladas será aceptable un valor mayor si se toma en cuenta explícitamente en el diseño estructural de los pilotes y de sus conexiones con la subestructura.

Factores de carga y de resistencia

Los factores de carga, FC, que deberán aplicarse a las acciones para el diseño de cimentaciones serán los indicados en la sección 3.4 de las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño de Estructural de las Edificaciones: “Para determinar el factor de carga, FC, se aplicarán las reglas siguientes: a) Para las combinaciones que incluyan acciones permanentes y acciones variables, se considerarán todas las acciones permanentes que actúen sobre la estructura y las distintas acciones variables, de las cuales la más desfavorable se tomará con su intensidad máxima y el resto con su intensidad instantánea, o bien todas ellas con su intensidad media cuando se trate de evaluar efectos a largo plazo, se aplicará un factor de carga de 1.4. Cuando se trate de edificaciones del Grupo A, el factor de carga para este tipo de combinación se tomará igual a 1.5. b) Para las combinaciones que incluyan acciones permanentes, variables y accidentales, se considerarán todas las acciones permanentes, las acciones variables con sus valores instantáneos y únicamente una acción accidental en cada combinación, se tomará un factor de carga de 1.1 aplicado a los efectos de todas las acciones que intervengan en la combinación. c) Para acciones o fuerzas internas cuyo efecto sea favorable a la resistencia o estabilidad de la estructura, el factor de carga se tomará igual a 0.9; además, se tomará como intensidad de la acción el valor mínimo probable. d) Para revisión de estados límite de servicio se tomará en todos los casos un factor de carga unitario.” Para estados límite de falla se aplicará un factor de carga de 1.1 al peso propio del suelo y a los que puede desarrollarse en el fuste de los pilotes o pilas por empujes laterales de este. La acción de la subpresión y de la fricción negativa se tomará con un factor de carga unitario.

Los factores de resistencia, FR, relativos a la capacidad de carga de cimentaciones determinada a partir de estimaciones analíticas o de pruebas de campo serán los siguientes para todos los estados límite de falla:

a) FR = 0.35 para la capacidad de carga ante cualquier combinación de acciones en la base de zapatas de cualquier tipo en la zona I, zapatas de colindancia desplantadas a menos de 5 m de profundidad en las zonas II y III y de los pilotes y pilas apoyados en un estrato resistente; y

b) FR = 0.70 para los otros casos.

Los factores de resistencia se aplicarán a la capacidad de carga neta de las cimentaciones.

3.3 Cimentaciones someras (zapatas y losas)

3.3.1 Estados límite de falla

Para cimentaciones someras desplantadas en suelos sensiblemente uniformes se verificará el cumplimiento de las desigualdades siguientes para las distintas combinaciones posibles de acciones verticales.

En esta verificación, tomando en cuenta la existencia, especialmente en las zonas I y II, de materiales cementados frágiles que pueden perder su cohesión antes de que se alcance la deformación requerida para que se movilice su resistencia por fricción, se considerará en forma conservadora que los suelos son de tipo puramente cohesivo o puramente friccionante.

Para cimentaciones desplantadas en suelos cohesivos:

$$\frac{\Sigma Q\, F_c}{A} < c_u\, N_c\, F_R + p_V \qquad (3.1)$$

Para cimentaciones desplantadas en suelos friccionantes:

$$\frac{\Sigma Q\, F}{A} < \left[\overline{p}_v \left(N_q - 1\right) + \frac{\gamma\, B N_\gamma}{2} \right] F_R + p_v \qquad (3.2)$$

donde

ΣQFC es la suma de las acciones verticales a tomar en cuenta en la combinación considerada en el nivel de desplante, afectada por su respectivo factor de carga;

A es el área del cimiento;
Pv es la presión vertical total a la profundidad de desplante por peso propio del suelo;

P_v es la presión vertical efectiva a la misma profundidad;
γ es el peso volumétrico del suelo;
C_u es la cohesión aparente determinada en ensaye triaxial no consolidado no drenado, (UU);
B es el ancho de la cimentación;
Nc es el coeficiente de capacidad de carga dado por:

$$Nc = 5.14\ (1 + 0.25D_f /B + 0.25B/L) \qquad (3.3)$$

para $D_f /B < 2$ y $B/L < 1$;

donde D_f , es la profundidad de desplante y L la longitud del cimiento; en caso de que D_f /B y B/L no cumplan con las desigualdades anteriores, dichas relaciones se considerarán iguales a 2 y a 1, respectivamente;

Nq es el coeficiente de capacidad de carga dado por:

$$Nq = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 (45° + \phi/2) \qquad (3.4)$$

donde ϕ es el ángulo de fricción interna del material, que se define más adelante. El coeficiente Nq se multiplicará por: $1+(B/L)\tan \phi$ para cimientos rectangulares y por $1+\tan \phi$ para cimientos circulares o cuadrados;

$N\gamma$ es el coeficiente de capacidad de carga dado por:

$$N\gamma = 2(Nq + 1)\tan \phi \qquad (3.5)$$

El coeficiente $N\gamma$ se multiplicará por 1-0.4(B/L) para cimientos rectangulares y por 0.6 para cimientos circulares o cuadrados; y
F_R es el factor de resistencia

También podrá utilizarse como alternativa a las ecuaciones una expresión basada en los resultados de pruebas de campo, respaldada por evidencias experimentales confirmadas en los suelos del Distrito Federal.
Además, al emplear las relaciones anteriores se tomará en cuenta lo siguiente:

a) El parámetro ϕ estará dado por:

$$\phi = \text{Ang tan } (\alpha \tan \phi^*) \qquad (3.6)$$

donde ϕ^* es el ángulo con la horizontal de la envolvente de los círculos de Mohr a la falla en la prueba de resistencia que se considere más representativa del comportamiento del suelo en las condiciones de trabajo. Esta prueba deberá considerar la posibilidad de que el suelo pierda parte de su resistencia.

Para suelos arenosos con compacidad relativa D_r menor de 67 por ciento, el coeficiente *a* será igual a $0.67+D_r-0.75D_r^2$. Para suelos con compacidad mayor que el límite indicado, *a* será igual a 1.

b) La posición del nivel freático considerada para la evaluación de las propiedades mecánicas del suelo y de su peso volumétrico deberá ser la más desfavorable durante la vida útil de la estructura. En caso de que el ancho B de la cimentación sea mayor que la profundidad Z del nivel freático bajo el nivel de desplante de la misma, el peso volumétrico a considerar en la ecuación será:

$$\gamma = \gamma' + (Z/B)\,(\gamma_m - \gamma') \qquad (3.7)$$

donde

γ' es el peso volumétrico sumergido del suelo entre las profundidades Z y (B/2) tan(45º+ϕ/2); y
γ_m es el peso volumétrico total del suelo arriba del nivel freático.

c) En el caso de combinaciones de cargas (en particular las que incluyen solicitaciones sísmicas) que den lugar a resultantes excéntricas actuando a una distancia e del eje longitudinal del cimiento, el ancho efectivo del mismo deberá considerarse igual a:

$$B' = B - 2e \qquad (3.8)$$

Un criterio análogo se aplicará en la dirección longitudinal del cimiento para tomar en cuenta la excentricidad respectiva. Cuando se presente doble excentricidad (alrededor de los ejes X y Y), se tomarán las dimensiones reducidas en forma simultánea, y el área efectiva del cimiento será A' = B' L'.

Para tomar en cuenta, en su caso, la fuerza cortante al nivel de la cimentación, se multiplicarán los coeficientes Nq y Nc de las ecuaciones 3.1 y 3.2 por $(1 - \tan\delta)^2$, donde δ es la inclinación de la resultante de las acciones respecto a la vertical.

d) En el caso de cimentaciones sobre un estrato de suelo uniforme de espesor H bajo el nivel de desplante y apoyado sobre un estrato blando, se seguirá el criterio siguiente:

1) Si $H \geq 3.5B$ se ignorará el efecto del estrato blando en la capacidad de carga.

2) Si $3.5B > H \geq 1.5B$ se verificará la capacidad de carga del estrato blando suponiendo que el ancho del área cargada es B+H.

3) Si $H < 1.5B$ se verificará la capacidad de carga del estrato blando suponiendo que el ancho del área cargada es:

$$B[1+2/3(H/B)^2] \qquad (3.9)$$

4) En el caso de cimientos rectangulares se aplicará a la dimensión longitudinal un criterio análogo al anterior.

e) En el caso de cimentaciones sobre taludes se verificará la estabilidad de la cimentación y del talud recurriendo a un método de análisis límite considerando

mecanismos de falla compatibles con el perfil de suelos y, en su caso, con el agrietamiento existente. En esta verificación, el momento o las fuerzas resistentes serán afectados por el factor de resistencia

f) En el caso de cimentaciones desplantadas en un subsuelo heterogéneo o agrietado para el cual no sea aplicable el mecanismo de falla por corte general en un medio homogéneo implícito en las ecuaciones 3.1 y 3.2, se verificará la estabilidad de la cimentación recurriendo a un método de análisis límite de los diversos mecanismos de falla compatibles con el perfil estratigráfico. Además de la falla global, se estudiarán las posibles fallas locales, es decir aquellas que pueden afectar solamente una parte del suelo que soporta el cimiento, y la posible extrusión de estratos muy blandos. En las verificaciones anteriores, el momento o la fuerza resistente serán afectados por el factor de resistencia

g) No deberán cimentarse estructuras sobre zapatas aisladas en depósitos de limos no plásticos o arenas finas en estado suelto o saturado, susceptibles de presentar pérdida total o parcial de resistencia por generación de presión de poro o deformaciones volumétricas importantes bajo solicitaciones sísmicas. Asimismo, deberán tomarse en cuenta las pérdidas de resistencia o cambios volumétricos ocasionados por las vibraciones de maquinaria en la vecindad de las cimentaciones desplantadas en suelos no cohesivos de compacidad baja o media. Para condiciones severas de vibración, el factor de resistencia a considerar en las ecuaciones 3.1 y 3.2, deberá tomarse igual a la mitad del definido para condiciones estáticas, a menos que se demuestre a satisfacción de la Administración, a partir de ensayes de laboratorio en muestras de suelo representativas, que es aplicable otro valor.

h) En caso de que se compruebe la existencia de galerías, grietas, cavernas u otras oquedades, estas se considerarán en el cálculo de capacidad de carga. En su caso, deberán mejorarse las condiciones de estabilidad adoptándose una o varias de las siguientes medidas:

1) Tratamiento por medio de rellenos compactados, inyecciones
2) Demolición o refuerzo de bóvedas
3) Desplante bajo el piso de las cavidades

3.3.2 Estados límite de servicio

Los asentamientos instantáneos de las cimentaciones bajo solicitaciones estáticas se calcularán en primera aproximación usando los resultados de la teoría de la elasticidad previa estimación de los parámetros elásticos del terreno, a partir de la experiencia local o de pruebas directas o indirectas. Para suelos granulares, se tomará en cuenta el incremento de la rigidez del suelo con la presión de confinamiento. Cuando el subsuelo esté constituido por estratos horizontales de características elásticas diferentes, será aceptable despreciar la influencia de las distintas rigideces de los estratos en la distribución de esfuerzos. El desplazamiento horizontal y el giro transitorios de la cimentación bajo las fuerzas cortantes y el momento de volteo generados por la segunda combinación de acciones se calcularán cuando proceda, como se indica en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo. La magnitud de las deformaciones

permanentes que pueden presentarse bajo cargas accidentales cíclicas se podrá estimar con procedimientos de equilibrio límite para condiciones dinámicas.

Los asentamientos diferidos se calcularán por medio de la relación:

$$\Delta H = \sum_{0}^{H}\left[\frac{\Delta e}{1+e_o}\right]\Delta z \qquad (3.10)$$

donde

ΔH es el asentamiento de un estrato de espesor H;
e_o es la relación de vacíos inicial;
Δe es la variación de 1a relación de vacíos bajo el incremento de esfuerzo efectivo vertical Δp inducido a la profundidad z por la carga superficial. Esta variación se estimará a partir de pruebas de consolidación unidimensionales realizadas con muestras inalteradas representativas del material existente a esa profundidad; y

Δz son los espesores de estratos elementales dentro de los cuales los esfuerzos pueden considerarse uniformes.

Los incrementos de presión vertical .p inducidos por la carga superficial se calcularán con la teoría de la elasticidad a partir de las presiones transmitidas por la subestructura al suelo. Estas presiones se estimarán considerando hipótesis extremas de repartición de cargas o a partir de un análisis de la interacción estática suelo-estructura.

Para evaluar los movimientos diferenciales de la cimentación y los inducidos en construcciones vecinas, los asentamientos diferidos se calcularán en un número suficiente de puntos ubicados dentro y fuera del área cargada.

3.4 Cimentaciones compensadas

Se entiende por cimentaciones compensadas aquellas en las que se busca reducir el incremento neto de carga aplicado al subsuelo mediante excavaciones del terreno y uso de un cajón desplantado a cierta profundidad. Según que el incremento neto de carga aplicado al suelo en la base del cajón resulte positivo, nulo o negativo, la cimentación se denomina parcialmente compensada, compensada o sobrecompensada, respectivamente.

Para el cálculo del incremento de carga transmitido por este tipo de cimentación y la revisión de los estados límite de servicio, el peso de la estructura por considerar será: la suma de la carga muerta, incluyendo el peso de la subestructura, más la carga viva con intensidad media, menos el peso total del suelo excavado. Esta combinación será afectada por un factor de carga unitario. El cálculo anterior deberá realizarse con precisión tomando en cuenta que los asentamientos son muy sensibles a pequeños incrementos de la carga neta. Además, en esta evaluación, deberán tomarse en cuenta los cambios posibles de materiales de construcción, de solución arquitectónica o de usos de la construcción susceptibles de modificar significativamente en el futuro dicha carga

neta. Cuando la incertidumbre al respecto sea alta, la cimentación compensada deberá considerarse como poco confiable y deberá aplicarse un factor de carga mayor que la unidad, cuidando al mismo tiempo que no pueda presentarse una sobrecompensación excesiva, o adoptarse otro sistema de cimentación.

La porción de las celdas del cajón de cimentación que esté por debajo del nivel freático y que no constituya un espacio funcionalmente útil, deberá considerarse como llena de agua y el peso de esta deberá sumarse al de la subestructura, a menos que dicho espacio se rellene con material ligero no saturable que garantice la permanencia del efecto de flotación.

3.4.1 Estados límite de falla

La estabilidad de las cimentaciones compensadas se verificará como lo señala la sección 3.3.1. Se comprobará además que no pueda ocurrir flotación de la cimentación durante ni después de la construcción. De ser necesario, se lastrará la construcción o se instalarán válvulas de alivio o dispositivos semejantes que garanticen que no se pueda producir la flotación. En la revisión por flotación, se considerará una posición conservadora del nivel freático.

Se prestará especial atención a la revisión de la posibilidad de falla local o generalizada del suelo bajo la combinación de carga que incluya el sismo.

3.4.2 Estados límite de servicio

Para este tipo de cimentación se calcularán:

a) Los movimientos instantáneos debidos a la carga total transmitida al suelo por la cimentación, incluyendo los debidos a la recarga del suelo descargado por la excavación.

b) Las deformaciones transitorias y permanentes del suelo de cimentación bajo la segunda combinación de acciones. Se tomará en cuenta las deformaciones permanentes tienden a ser críticas para cimentaciones con escaso margen de seguridad contra falla local o general y que los suelos arcillosos tienden a presentar deformaciones permanentes significativas cuando bajo la combinación carga estática-carga sísmica cíclica se alcanza un esfuerzo cortante que represente un porcentaje superior al 90 por ciento de su resistencia estática no drenada.

c) Los movimientos diferidos debidos al incremento o decremento neto de carga en el contacto cimentación-suelo.

Los movimientos instantáneos y los debidos a sismo se calcularán en la forma indicada en la sección 3.3.2. El cálculo de los movimientos diferidos se llevará a cabo en la forma indicada en dicho inciso tomando en cuenta, además, la interacción con el hundimiento regional. Se tomará en cuenta que las cimentaciones sobrecompensadas en la zona lacustre tienden a presentar una emersión aparente mucho mayor y más prolongada en el tiempo que la atribuible a las deformaciones elásticas y a los cambios volumétricos inducidos por la descarga. Lo anterior es consecuencia de la interacción entre la

descarga y el hundimiento regional cuya velocidad disminuye localmente al encontrarse el suelo preconsolidado por efecto de la descarga. En la zona III y en presencia de consolidación regional la sobrecompensación no será superior a 10 kPa (1 t/m²) a menos que se demuestre que un valor mayor no dará lugar a una emersión inaceptable ni a daños a construcciones vecinas o servicios públicos.

En el diseño y construcción de estas cimentaciones deberá tenerse presente que los resultados obtenidos dependerán en gran medida de la técnica empleada en la realización de la excavación.

Tabla de pesos volumétricos de diferentes materiales

MATERIALES	Pesos volumétricos	
1.- PIEDRAS NATURALES	Máximo t/m³	Mínimo t/m³
Arcillas	2.5	1.75
Areniscas (chilucas y canteras) secas	2.45	1.75
saturadas	2.5	2
Basaltos (p. braza, laja, etc.) secos	2.6	2.35
saturados	2.65	2.45
Granito	3.2	2.4
Mármol, piedras calcáreas	2.6	2.55
Riolita	2.55	2.05
Pizarras	2.85	2.35
Tepetates	1.95	1.3
Tezontles	1.55	1.15
Calizas	2.85	2.45

2.- SUELOS	Máximo t/m³	Mínimo t/m³
Arena de grano de tamaño uniforme	2.1	1.85
Arena bien graduada	2.3	1.95
Arena medianamente compacta	1.5	1.16
Arcilla típica del valle de México	1.5	1.2
Caliche	2.1	1.7

3.- PIEDRAS ARTIFICIALES Y MORTEROS	Máximo t/m³	Mínimo t/m³
Adobe	1.6	1.5
Argamasa Fraguada	1.6	1.5
Cemento Portland fraguado	2.95	---
Concreto simple con agregados de peso normal	2.2	2
Concreto reforzado	2.4	2.2
Mortero de cal y arena	1.5	1.4
Mortero de cemento y arena	2.1	1.9
Aplanado de yeso	1.5	1.1
Tabique macizo hecho a mano	1.5	1.3
Tabique macizo prensado	2.2	1.6
Bloque hueco de concreto ligero	1.3	0.9
Bloque hueco de concreto intermedio	1.7	1.3
Bloque hueco de concreto pesado	2.2	2
Bloque de Vidrio para muros	1.25	0.65
Prismáticos para tragaluces	2	1.5
Vidrio plano	3.1	2.8

4.- MADERA	Máximo t/m³	Mínimo t/m³
Álamo seco	0.59	0.39
Caoba saturada	1	0.7
Cedro blanco seco	0.38	0.32
Cedro rojo seco	0.55	0.4
saturado	0.7	0.5
Oyamel	0.65	0.55
Encino saturado	1	0.8
Pino saturado	1	0.8
Fresno seco	0.95	0.57
Ocote seco	0.8	---
Palma real seca	0.7	0.6
Roble blanco seco	0.8	---
Roble rojo o negro seco	0.7	---
Roble (otras especies) seco	0.95	0.85

5.- METALES	Máximo t/m³	Mínimo t/m³
Aluminio	2.75	2.55
Acero, Hierro	7.85	7.85
Cobre fundido laminado	9	8.8
Latón, fundido laminado	8.7	8.4
Plomo	11.35	---
Zinc, fundido laminado	7.2	6.9

6.- RECUBRIMIENTOS	Máximo t/m³	Mínimo t/m³
Azulejo	15	10
Mosaico de pasta	35	25
Granito 40x40	65	55
Loseta asfáltica o vinílica	10	5

7.- PRODUCTOS ORGÁNICOS	Máximo t/m³	Mínimo t/m³
Asfalto	1.5	1.1
Carbón antracita	0.92	0.75
Carbón bituminoso	0.86	0.72
Carbón turba, seca	0.65	0.55
Carbón vegetal de pino	0.44	0.28
Petróleo crudo	0.9	---
Petróleo refinado	0.82	0.79
Petróleo bencina	0.75	0.73
Petróleo gasolina	0.69	0.66

Diseño de carreteras

Diseño de carreteras

$$U = EV + d$$

En donde:

$$d = R_G - \overline{OP} \qquad \text{y} \qquad OP = \sqrt{R_G{}^2 - (DE)^2}$$

Por lo tanto:

$$U = EV + R_G - \sqrt{R_G{}^2 - (DE)^2}$$

También se tiene:

$$F_A = R_1 - R_G + a$$

En donde:

$$R_1 = \sqrt{(DE + Vd)^2 + \overline{OP}^2}$$

Como:

$$\overline{OP}^2 = R_G{}^2 - (DE)^2$$

Se tiene:

$$R_1 = \sqrt{(DE + Vd)^2 + R_G{}^2 - (DE)}$$

$$R_1 = \sqrt{R_G{}^2 + Vd(2DE + Vd)}$$

Entonces:

$$F_A = \sqrt{R_G{}^2 + Vd(2DE + Vd)} - R_G + a$$

Finalmente:

$$F_B = \frac{A - EV}{2} \qquad \text{y} \qquad a = F_B$$

Para vehículos con tractor, semirremolque y/o remolque.

Desplazamiento de la huella del tractor (d_t):

$$d_t = R_G - \sqrt{R_G{}^2 - (DET)^2}$$

Desplazamiento de la huella del semirremolque:

$$d_s = (R_G - d_t) - \sqrt{(R_G - d_t)^2 - (DES)^2}$$

Desplazamiento total de la huella del vehículo:

$$d = d_t + d_s$$

También:

$$F_A = \sqrt{R_G{}^2 + Vd(2DET + Vd)} - R_G \qquad \text{y} \qquad F_B = 0$$

$$\sum F_x = W_x - F_x$$

$$\sum F_y = -W_y - F_y$$

$$\sum F_x = Wsen\alpha - F\cos\alpha = (W\tan\alpha - F)\cos\alpha \rightarrow (1)$$

$$\sum F_y = W\cos\alpha - Fsen\alpha = (-W - F\tan\alpha)\cos\alpha \rightarrow (2)$$

Volcamiento:

$$\sum Mo = 0 = \sum F_y \frac{EV}{2} + \sum F_x h$$

$$\sum F_x h = -\sum F_y \frac{EV}{2} \rightarrow (3)$$

y

$$h[(W\tan\alpha - F)] = -\left[\frac{EV}{2}(-W + \tan\alpha)\right]$$

Como:

$$F = ma;\ a = \frac{V^2}{R};\ m = \frac{W}{g} \text{ y } \tan\alpha = Sobreelevación$$

Substituyendo:

$$S = \frac{g_R(EV) + 2hV^2}{2gR_h - V^2(EV)}$$

Si el radio y la sobre-elevación están fijos, la velocidad máxima de seguridad para que no ocurra volcamiento, será:

$$V = \sqrt{\frac{g_R(EV) - 2gR_hS}{-S(EV) - 2h}}$$

Este valor de la velocidad debe ser menor que el valor de la velocidad máxima de seguridad por deslizamiento.

La condición necesaria y suficiente para que el vehículo no deslice al transitar por la curva es:

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_x + \varnothing = 0$$

En donde:

$$\varnothing = \mu W \cos\alpha = \mu W_y$$

Siendo μ el coeficiente de fricción lateral, como el valor de F ya se definió, se tiene:

$$\left(W \tan\alpha - F\right) + \cos\alpha + W\cos\alpha = 0$$

Pero:

$$F = \frac{WV^2}{g_R}$$

Por lo cual:

$$W\tan\alpha - \frac{WV^2}{g_R} + \mu W = 0$$

Si expresamos la velocidad en km/h y substituimos g por su valor 9.81 m/s², se tiene:

$$S + \mu = 0.00785\frac{V^2}{R}$$

Si el radio, la sobreelevación y el coeficiente de fricción lateral están fijos, la velocidad máxima segura para que no ocurra deslizamiento será:

$$V = \sqrt{\frac{S+\mu}{0.00785}R} \rightarrow \text{(Fig. 5.4)}$$

De esta relación puede encontrarse también el radio mínimo para que no ocurra deslizamiento de un vehículo, viajando por la curva a la velocidad V.

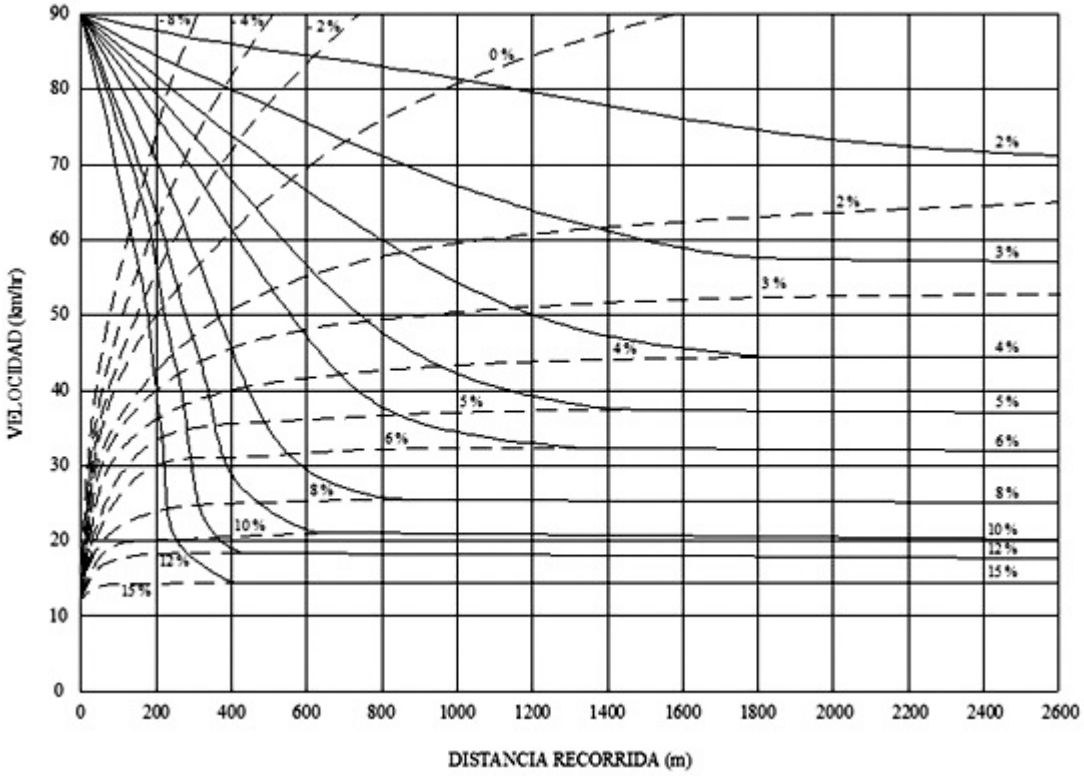
De las expresiones anteriores pueden extraerse las siguientes condiciones generales:

1. Si: $Wsen\alpha = F\cos\alpha$, la resultante del peso y la fuerza centrífuga es perpendicular a la superficie de rodamiento y la fuerza centrífuga no es percibida por el conductor. La velocidad que produce este afecto se llama velocidad de equilibrio.

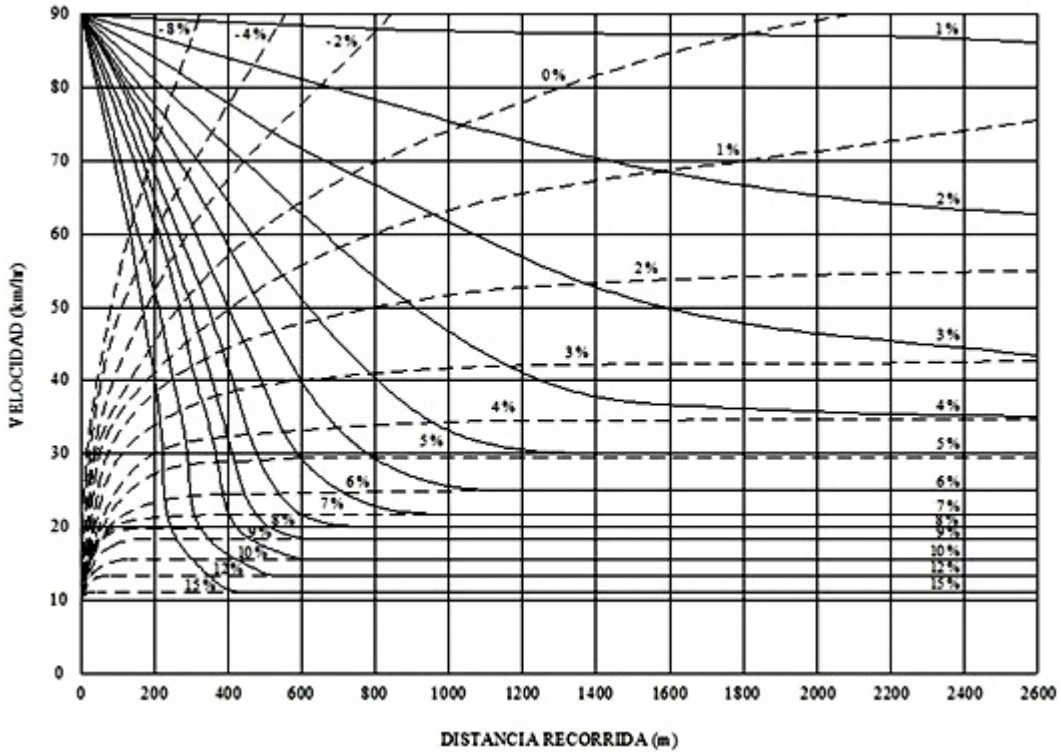
2. Si: $W sen\alpha > F\cos\alpha$, la resultante se desplaza según el sentido negativo de la pendiente transversal del camino. El vehículo tiende a deslizar hacia el interior de la curva, siendo contrarrestada esta tendencia por una fuerza lateral de sentido opuesto, consecuencia de la fricción de las llantas con la superficie de rodamiento. Simultáneamente, se origina un momento que tiende a volcar el vehículo hacia adentro.

3. Si: $W sen\alpha < \cos\alpha$, la resultante se desplaza según el sentido positivo de la pendiente transversal del camino. Los efectos son opuestos a los descritos en el párrafo anterior. La fuerza de fricción actúa hacia adentro y el vehículo tiende a volcarse hacia el lado exterior de la curva.

Gráficas para el efecto de las pendientes en los vehículos



Efecto de las pendientes en los vehículos con relación peso/potencia de 90 kg/HP



Efecto de las pendientes en los vehículos con relación peso/potencia de 120 kg/HP

Fuerza de que dispone el vehículo para acelerarse o desacelerarse.

$$F_D = F_T - \left(R_A + R_R + R_F + R_P\right) \rightarrow (5.1)$$

En donde:

F_D = Fuerza disponible para acelerar o desacelerar el vehículo en kg cuando esta fuerza es positiva el vehículo acelera; si es negativa el vehículo desacelera.

F_T = Fuerza tractiva neta del vehículo en kg es generada por el motor menos las resistencias internas producidas por los mecanismos de transmisión y las pérdidas producidas por la altura sobre del nivel del mar y otros factores.

R_A = Resistencia producida por el aire al movimiento del vehículo en kg.

R_R = Resistencia al rodamiento producida por la deformación de la llanta y la superficie de rodamiento en kg.

R_F = Resistencia producida por la fricción entre llanta y superficie de rodamiento cuando se aplican los frenos.

R_P = Resistencia que ofrece la pendiente al movimiento del vehículo en

kg cuando la pendiente es ascendente, ofrece resistencia al avance del vehículo, pero cuando es descendente.

Fuerza tractiva

De la definición de potencia: $P = FV$, donde:

P = Potencia, en $\frac{kg-m}{seg} = 270\ HP$

F = Fuerza, en kg.

V = Velocidad, en m/s.

Si consideramos que la fuerza tractiva se ve afectada principalmente por resistencias internas y la potencia del motor varía con la altura sobre el nivel del mar, la fórmula queda:

$F_T = \frac{P}{V}K$, en donde:

K = e_1, e_2

e_1 = Eficiencia según la altura sobre el nivel del mar; empíricamente Se ha determinado que:

$e_1 = 1.09 - 10^{-4}h$, para h = 900 m. ∴ e_1 varia de 0.79 a 1.0

h = Altura sobre el nivel del mar en metros
e_2 = Eficiencia mecánica. Varía entre 0.88 y 0.95.

Finalmente si expresamos la potencia en caballos de fuerza y la velocidad en kilómetros por hora la expresión anterior queda:

$F_T = \frac{270P}{V}K$ El valor de K varía entre 0.70 y 0.95 ∴ $P = \frac{W}{HP}$

Resistencia al aire

$R_A = K_A A V^2$, en donde:

R_A = Resistencia del aire, en kg.

A = Área frontal del vehículo, en m²

V = Velocidad del viento, en km/h para fines del cálculo se considera que la velocidad del viento, es igual a la velocidad del vehículo

K_A = Factor que debe determinarse experimentalmente

Usualmente varía entre 0.005 y 0.006

K = 0.006 por ser la más desfavorable

Resistencia al rodamiento

$R_R = K_R W$, en donde:

R_R = Resistencia al rodamiento, en kg.

W = Peso total del vehículo, en kg.

K_R = Factor empírico. Para las condiciones inusuales de las llantas, este factor varía entre 0.008 y 0.160, según el tipo de superficie de rodamiento, ver tabla siguiente.

Tipo de Superficie de rodamiento	KR
Asfalto o concreto	0.008 a 0.010
Revestimiento	0.020 a 0.025
Tierra	0.080 a 0.160

Para camiones pesados y buena superficie de rodamiento, como asfalto o concreto:

$R_R + R_A = 0.007W + 89$

Resistencia por fricción en el frenado

$R_F = Wf$, en donde:

R_F = Resistencia por fricción en el frenado, en kg.

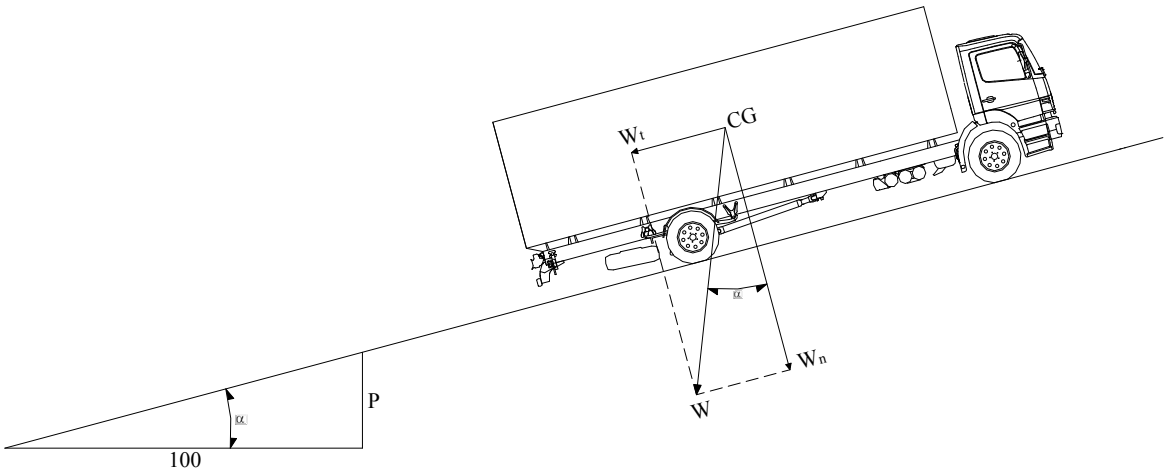
W = peso total del vehículo

f = Coeficiente de fricción longitudinal entre llanta y pavimento, ver tabla siguiente:

Velocidad en km/h	Coeficiente de fricción longitudinal (f)	
	Pavimento Seco	Pavimento Mojado
30	0.650	0.400
40	0.630	0.380
50	0.620	0.360
60	0.600	0.340
70	0.590	0.325
80	0.580	0.310
90	0.560	0.305
100	0.560	0.300
110	0.550	0.295

Resistencia por pendiente

$R_P = \frac{WP}{100}$, en donde:



RESISTENCIA QUE OPONE LA PENDIENTE AL AVANCE DEL VEHICULO

RP = Resistencia por pendiente, en kg.

$$W_t = W sen\alpha \quad \therefore \quad W_t = R_P$$
$$sen\alpha \cong \tan\alpha$$

W = Peso total del vehículo, en kg.

P = Pendiente de la tangente del alineamiento vertical, en %.

Para encontrar el tiempo y distancia que necesita un vehículo para adquirir una velocidad dada:

$F_D = ma$, según la segunda Ley de Newton

$a = \frac{F_D}{m}$, en donde:

F_D	=	Fuerza disponible para acelerar o desacelerar, en kg.
a	=	Aceleración, en m/s²
m	=	Masa del vehículo

Para $m = \frac{W}{g}$, en donde:

W	=	Peso total del vehículo, en kg.
g	=	Aceleración de la gravedad, 9.81 m/s.

Entonces la aceleración será:

$a = \frac{9.81F_D}{W}$ (m/s)

Substituyendo en ecuaciones de movimiento uniformemente acelerado y expresando la velocidad en km/h, queda:

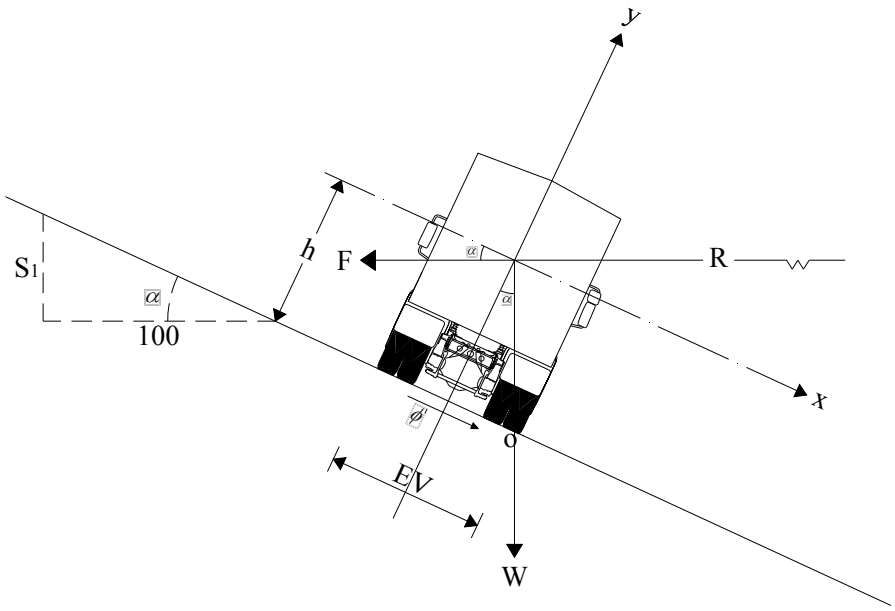
$\Delta L = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a}$ y $\Delta t = \frac{V_2 - V_1}{a}$

$\Delta L = \frac{W}{254F_D}\left(V_2^2 - V_1^2\right)$

$\Delta t = \frac{W}{35.4F_D}\left(V_2 - V_1\right)$

En donde:

V_1	=	Velocidad inicial, en km/h
V_2	=	Velocidad final, en km/h
L	=	Longitud que requiere el vehículo para pasar de la velocidad inicial (V_1) a la velocidad final (V_2), en metros
t	=	Tiempo requerido para pasar de la velocidad inicial (V_1) a la velocidad final (V_2)



ESTABILIDAD DEL VEHÍCULO EN LAS CURVAS

$$\sum F_x = W_x - F_x$$

$$\sum F_y = -W_y - F_y$$

La condición necesaria y suficiente para que no se produzca el vuelco es que el momento del peso respecto al eje en el punto o sea menor que el momento de la fuerza centrífuga respecto al mismo eje. Si el vehículo tiene una entrevía EV y la altura de su centro de gravedad es h, se tendrá:

$$\sum F_x = W sen\alpha - F\cos\alpha = (W\tan\alpha - F)\cos\alpha$$

$$\sum F_y = W\cos\alpha - F sen\alpha = (-W - F\tan\alpha)\cos\alpha$$

Volcamiento:

$$\sum Mo = 0 = \sum F_y \frac{EV}{2} + \sum F_x h$$

$$\sum F_x h = -\sum F_y \frac{EV}{2} \rightarrow (3)$$

y

$$h\left[(W\tan\alpha - F)\right] = -\left[\frac{EV}{2}(-W + \tan\alpha)\right]$$

Como:

$$F = ma;\ a = \frac{V^2}{R};\ m = \frac{W}{g}\ \text{y}\ \tan\alpha = Sobreelevación$$

Substituyendo:

$$S = \frac{g_R(EV) + 2hV^2}{2gR_h - V^2(EV)}$$

Si el radio y la sobre-elevación están fijos, la velocidad máxima de seguridad para que no ocurra volcamiento, será:

$$V = \sqrt{\frac{g_R(EV) - 2gR_hS}{-S(EV) - 2h}}$$

Este valor de la velocidad debe ser menor que el valor de la velocidad máxima de seguridad por deslizamiento.
La condición necesaria y suficiente para que el vehículo no deslice al transitar por la curva es:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x + \varnothing = 0$$

En donde:

$$\varnothing = \mu W\cos\alpha = \mu W_y$$

Siendo μ el coeficiente de fricción lateral, como el valor de F ya se definió, se tiene:

$$(W\tan\alpha - F) + \cos\alpha + W\cos\alpha = 0$$

Pero:

$$F = \frac{WV^2}{g_R}$$

Por lo cual:

$$W\tan\alpha - \frac{WV^2}{g_R} + \mu W = 0$$

Si expresamos la velocidad en km/h y substituimos g por su valor 9.81 m/s², se tiene:

$$S + \mu = 0.00785\frac{V^2}{R}$$

Si el radio, la sobreelevación y el coeficiente de fricción lateral están fijos, la velocidad máxima segura para que no ocurra deslizamiento será:

$$V = \sqrt{\frac{S + \mu}{0.00785}R}$$

De esta relación puede encontrarse también el radio mínimo para que no ocurra deslizamiento de un vehículo, viajando por la curva a la velocidad V.

De las expresiones anteriores pueden extraerse las siguientes condiciones generales:

4. Si: $Wsen\alpha = F\cos\alpha$, la resultante del peso y la fuerza centrífuga es perpendicular a la superficie de rodamiento y la fuerza centrífuga no es percibida por el conductor. La velocidad que produce este afecto se llama velocidad de equilibrio.

5. Si: $Wsen\alpha > F\cos\alpha$, la resultante se desplaza según el sentido negativo de la pendiente transversal del camino. El vehículo tiende a deslizar hacia el interior de la curva, siendo contrarrestada esta tendencia por una fuerza lateral de sentido opuesto, consecuencia de la fricción de las llantas con la superficie de rodamiento. Simultáneamente, se origina un momento que tiende a volcar el vehículo hacia adentro.

6. Si: $Wsen\alpha < \cos\alpha$, la resultante se desplaza según el sentido positivo de la pendiente transversal del camino. Los efectos son opuestos a los descritos en el párrafo anterior. La fuerza de fricción actúa hacia adentro y el vehículo tiende a volcarse hacia el lado exterior de la curva.

Características del vehículo de proyecto.

Características			Vehículo del proyecto				
			DE - 335	DE - 450	DE - 610	DE - 1220	DE - 1525
Dimensiones en cm	Longitud total del vehículo	L	580	730	915	1 525	1 678
	Distancia entre ejes extremos del vehículo	DE	335	450	610	1 220	1 525
	Distancia entre ejes extremos del tractor	DET	—	—	—	397	915
	Distancia entre ejes del semiremolque	DES	—	—	—	762	610
	Vuelo delantero	Vd	92	100	122	122	92
	Vuelo trasero	Vt	153	180	183	183	61
	Distancia entre ejes tándem tractor	Tt	—	—	—	—	61
	Distancia entre ejes tándem semiremolque	Ts	—	—	—	122	122
	Distancia entre ejes interiores tractor	Dt	—	—	—	397	488
	Distancia entre ejes interiores tractor y semiremolque	Ds	—	—	—	701	793
	Ancho total del vehículo	A	214	244	259	259	259
	Entrevía del vehículo	EV	183	244	259	259	259
	Altura total del vehículo	Ht	167	214 - 412	214 - 412	214 - 412	214 - 412
	Altura de los ojos del conductor	Hc	114	114	114	114	114
	Altura de los faros delanteros	Hf	61	61	61	61	61
	Altura de los faros traseros	Hc	61	61	61	61	61
Ángulo de desviación del haz de luz de los faros		α	1°	1°	1°	1°	1°
Radio de giro mínimo		R_G	732	1040	1281	1220	1372
Peso Total (kg)	Vehículo vacío	Wv	2 500	4 000	7 000	11 000	14 000
	Vehículo cargado	Wc	5 000	10 000	17 000	25 000	30 000
Relación Peso/Potencia (kg/HP)		Wc/P	45	90	120	180	180
Vehículos representados por el proyecto			A y P	C2	B - C3	T2 - S1 T2 - S2	T3 - S2 OTROS
Porcentaje de vehículos del tipo indicado cuya distancia entre ejes extremos (de) es menor que la del vehículo del proyecto		A y P	99	100	100	100	100
		C2	30	90	99	100	100
		C3	10	75	99	100	100
		T2 - S1	0	0	1	80 78	99 98
		T2 - S2	0	0	1	93	100
		T3 - S2	0	0	1	18	90
Porcentaje de vehículos del tipo		A y P	98	100	100	100	100

indicado cuya relación peso/potencia es menor que la del vehículo del proyecto	C2	62	98	100	100	100
	C3	20	82	100	100	100
	T2 - S1	6	85	100	100	100
	T2 - S2	6	42	98	98	98
	T3 - S2	2	35	80	80	80

La distancia de visibilidad de parada se obtiene con la expresión:

$$Dp = \frac{Vt}{3.6} + \frac{V^2}{254f}$$

En donde:

Dp	=	Distancia de visibilidad de parada, en m
V	=	Velocidad de marcha, en km/h
t	=	Tiempo de reacción, en segundos
f	=	Coeficiente de fricción longitudinal

Distancia de visibilidad de rebase:

La distancia de visibilidad de rebase se determina con la expresión:

$$Dr = 4.5V$$

donde:

Dr	=	Distancia de visibilidad de rebase, en m
V	=	Velocidad de proyecto, en km/h

La distancia de visibilidad de encuentro se calcula únicamente en caminos de terracería y un solo carril y está definida con la expresión:

$$De = 2Dp$$

En donde:

De	=	Distancia de visibilidad de encuentro, en m
Dp	=	Distancia de visibilidad de parada, en m

Coeficiente de fricción longitudinal en el frenado

Velocidad en km/h	Coeficiente de fricción longitudinal (f)	
	Pavimento seco	Pavimento mojado
30	0.65	0.400
40	0.63	0.380
50	0.62	0.360
60	0.60	0.340
70	0.59	0.325
80	0.58	0.310
90	0.56	0.305
100	0.56	0.300
110	0.55	0.295

Distancia de visibilidad en Curvas verticales en cresta:

Para que las curvas verticales en cresta cumplan con la distancia de visibilidad necesaria, su longitud deberá calcularse a partir del parámetro K, que se obtiene con la expresión:

$$K = \frac{D^2}{2\left(\sqrt{H} + \sqrt{h}\right)^2}$$

En donde:

D	=	Distancia de visibilidad, en m
H	=	Altura del ojo del conductor (1.14 m)
h	=	Altura del objeto (0.15 m)

Distancia de visibilidad en Curvas verticales en columpio:

Para que las curvas verticales en columpio cumplan con la distancia de visibilidad necesaria, su longitud deberá calcularse a partir del parámetro K, que se obtiene con la expresión:

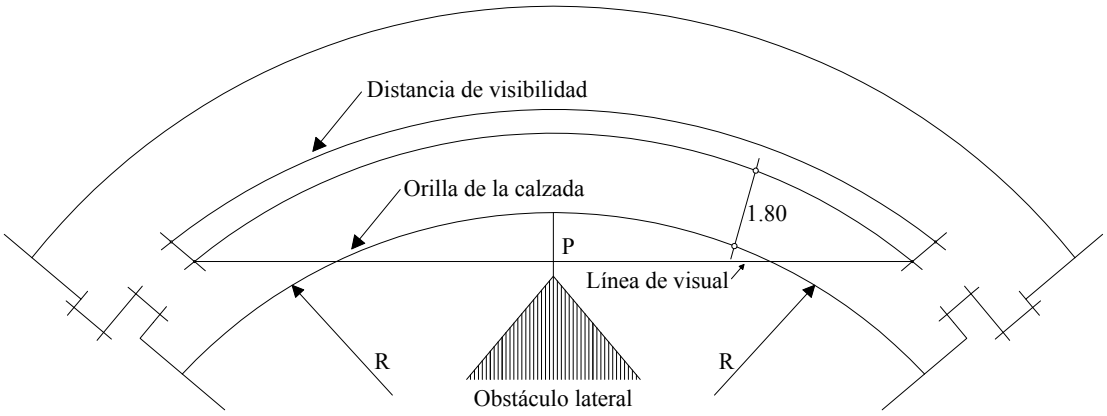
$$K = \frac{D^2}{2(TD + H)}$$

En donde:

D	=	Distancia de visibilidad, en m
T	=	Pendiente del haz luminoso de los faros (0.0175)
H	=	Altura de los faros (0.61 m)

Velocidad de proyecto, en km/h	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Parámetros *K* para rebase en m/%	18	32	50	73	99	130	164	203	245

DISTANCIA MÍNIMA A OBSTÁCULOS LATERALES EN CURVAS HORIZONTALES DE LOS ENLACES PARA PROPORCIONAR LA DISTANCIA DE VELOCIDAD DE PARADA



$$P = \left[(R + 1.80)\ sen\ \tan \frac{28.65D}{R + 1.80} \right] - 1.80$$

$$D = \frac{R + 1.80}{28.65} \cos \frac{R - P}{R + 1.80}$$

V = Velocidad de proyecto, en km./hr.
D = Distancia de visibilidad de parada en m.
Medida a 100 m de la orilla interna de la calzada

Curvas horizontales

$G = \frac{1145.92}{R}$ — G: Grado de curvatura.

R: Radio.

$Lc = 20\frac{\Delta}{G}$ — Lc: Longitud de la curva.

Δ : Deflexión.

$ST = R\,tang\ \frac{\Delta}{2}$ — ST: Subtangente.

$E = R\left(\sec\frac{\Delta}{2} - 1\right)$ — E: Externa.

$M = R\ seno\ verso\ \frac{\Delta}{2}$ — M: Ordenada media.

$C = 2R\,sen\frac{\Delta}{2}$ — C: Cuerda.

Curvas circulares:

Grado máximo de curvatura:

$$G_{máx} = 146000\left(\frac{\mu + S_{máx}}{V^2}\right)$$

En donde:

$G_{máx}$	=	Grado máximo de curvatura
μ	=	Coeficiente de fricción lateral
$S_{máx}$	=	Sobre-elevación máxima de la curva, en m/m
V	=	Velocidad de proyecto, en km/h

PI	-	Punto de intersección de la prolongación de las tangentes
PC	-	Punto en donde comienza la curva circular simple
PT	-	Punto en donde termina la curva circular simple
PST	-	Punto sobre tangente
PSST	-	Punto sobre subtangente
PSC	-	Punto sobre la curva circular
O	-	Punto de la curva circular
Δ	-	Ángulo de deflexión de la tangente
Δ_c	-	Ángulo central de la curva circular

$$R_c = \frac{1145.92}{G_c}$$

$$ST = R_c\ \tan\frac{\Delta_c}{2}$$

θ	-	Ángulo de deflexión a un PSC
ϕ	-	Ángulo de una cuerda cualquiera
ϕ_c	-	Ángulo de la cuerda larga
G_c	-	Grado de curvatura de la curva circular
R_c	-	Radio de la curva circular
ST	-	Subtangente
E	-	Externa
M	-	Ordenada media
C	-	Cuerda
CL	-	Cuerda larga
l	-	Longitud de un arco
L_c	-	Longitud de la curva circular

$$E = R_c\left(Sec\frac{\Delta_c}{2} - 1\right)$$

$$M = R_c\left\{\left[1 - \cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)\right]\right\}$$

$$C = 2R_c\ sen\frac{\theta}{2}$$

$$CL = 2R_c\ sen\frac{\Delta_c}{2}$$

$$\ell = \frac{20\ \theta}{G_c}$$

$$L_c = \frac{20\ \Delta_c}{G_c}$$

Simbología de la curva circular con espirales

PI	-	Punto de intersección de las tangentes
TE	-	Punto donde termina la tangente y empieza la espiral
EC	-	Punto donde termina la espiral y empieza la curva circular
CE	-	Punto donde termina la curva circular y empieza la espiral
ET	-	Punto donde termina la espiral y empieza la tangente
PSC	-	Punto cualquiera sobre la curva circular
PSE	-	Punto cualquiera sobre la espiral
PST	-	Punto cualquiera sobre las tangentes
PST_e	-	Punto cualquiera sobre las subtangentes
Δ	-	Ángulo de deflexión de las tangentes
Δ_c	-	Ángulo central de la curva circular
θ_e	-	Deflexión de la espiral en el EC ó CE
θ	-	Deflexión de la espiral en un PSE
$ø'_c$	-	Ángulo de la cuerda larga
$ø_1$	-	Ángulo entre la tangente a un PSE y una cuerda atrás
$ø_2$	-	Ángulo entre la tangente a un PSE y una cuerda adelante

$$\Delta_c = \Delta - 2\theta_e$$

$$\theta_e = G_c L_e / 40$$

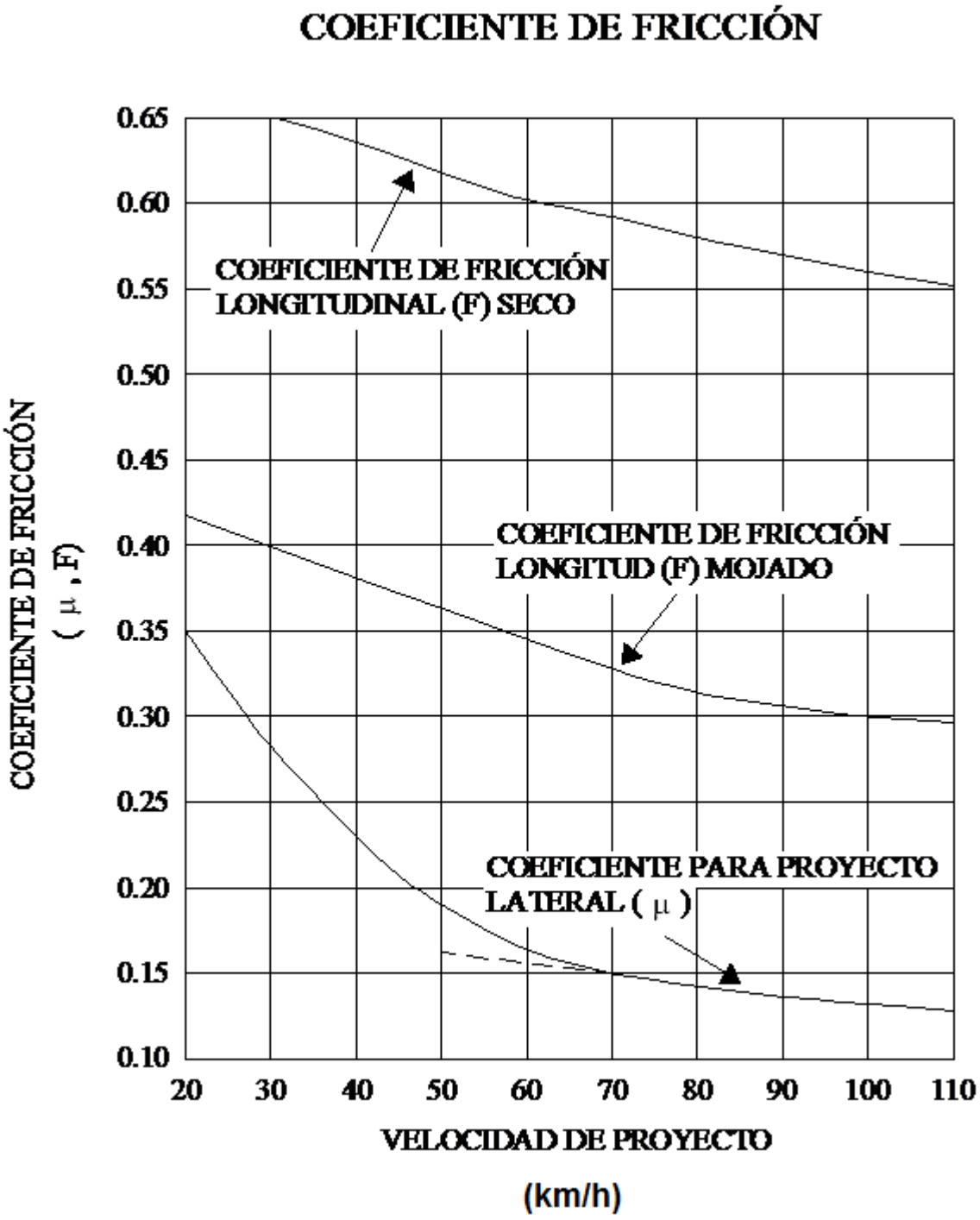
$$\theta = \left(L/L_e\right)^2 \theta_e$$

$$\phi'_c = \theta_e / 3$$

$$\phi_1 = \left(L - L_1\right)\left(2L + L_1\right)\theta_e / 3L_e^{\ 2}$$

$$\phi_2 = \left(L_2 - L\right)\left(2L + L_2\right)\theta_e / 3L_e^{\ 2}$$

ø	-	Ángulo entre dos cuerdas de la espiral	$\phi = (L_2 - L_1)(L + L_1 + L_2)\theta_e / 3L_e^{\,2}$
X_c	-	Coordenadas del EC ó del CE	$X_c = (L_e/100)(100 - 0.00305\theta_e^{\,2})$
Y_c			$Y_c = (L_e/100)(0.582\theta_e - 0.0000126\theta_e^{\,3})$
k	-	Coordenadas del PC ó del PT (Desplazamiento)	$k = X_c - R_c\ sen\theta_e$
p			$p = Y_c - R_c\ sen\ ver\theta_e$
ST_e	-	Subtangente	$St_e = k + (R_c + p)\tan(\Delta/2)$
TL	-	Tangente larga	$TL = X_c - Y_c\ \cot\theta_e$
TC	-	Tangente corta	$TC = Y_c\ \csc\theta_e$
CL_e	-	Cuerda larga de la espiral	$CL_e = (X_c + Y_c)^{1/2}$
E_c	-	Externa	$E_c = (R_c + p)\sec(\Delta/2) - R_c$
R_c	-	Radio de la curva circular	$R_c = 1145.92/G_c$
L	-	Longitud de la espiral a un PSE	
L_e	-	Longitud del espiral al EC ó CE	$L_e = 8VS(mínima)$
L_c	-	Longitud de la curva circular	$L_c = 20\Delta_c/G_c$
LT	-	Longitud total de la curva circular con espirales	$LT = L_e + 20\Delta/G_c$


COEFICIENTE DE FRICCIÓN
COEFICIENTE DE FRICCIÓN LONGITUDINAL (F) SECO
COEFICIENTE DE FRICCIÓN LONGITUD (F) MOJADO
COEFICIENTE PARA PROYECTO LATERAL (μ)
COEFICIENTE DE FRICCIÓN (μ , F)
0.65
0.60
0.55
0.50
0.45
0.40
0.35
0.30
0.25
0.20
0.15
0.10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
VELOCIDAD DE PROYECTO
(km/h)

Curvas verticales.

$L = \frac{AD^2}{C_1}$

L: Longitud de la curva.

A: Diferencia algebraica entre las pendientes de la tangente de entrada y la de salida.
D: Distancia de visibilidad de parada o de rebase.
C_1: Constante.

$P = P_1 - \frac{A_1}{L}$

P: Pendiente en un punto cualquiera de la curva.

$P' = P_1 - \frac{A_1}{2L}$

P': Pendiente de la cuerda a un punto cualquiera.

$t = \frac{A}{200L} l^2$

t: Desviación respecto a la tangente.

l: Longitud de la curva a un punto cualquiera.

$E = \frac{AL}{800}$

E: Externa.

Criterio de comodidad. Se aplica al proyecto de curvas verticales en columpio, se recomienda que en la curva la aceleración centrífuga no exceda a 0.305 m/seg.^{2}

$$K = \frac{L}{A} \geq \frac{V^2}{395}$$

V en km / h
A en %

$K = El\ recíproco\ de\ la\ variación\ dependiente\ por\ unidad\ de\ longitud$

$P1 - Pendiente\ entrada$ $L - Longitud\ curva$

$P2 - Pendiente\ salida$ $K - Variación\ de\ longitud\ por$

$A - Diferencia\ pendientes$ $unidad\ de\ pendiente\ K = L/A$

Criterio de apariencia. Se aplica al proyecto de curvas verticales en columpio.

Empíricamente la AASHTO ha determinado que

$$K = \frac{L}{A} \geq 30$$

Criterio de drenaje. Curvas verticales en columpio o en cresta, cuando están alojadas en corte, la pendiente en cualquier punto de la curva debe ser tal que el agua pueda escurrir fácilmente. Según AAHSTO

$$K = \frac{L}{A} \geq 43$$

Criterio de seguridad. Curvas en cresta y en columpio la longitud de la curva debe ser tal, que en toda la curva la distancia de visibilidad de parada se cumpla. La AASHTO establece un valor mínimo para la longitud de curva, dado por la expresión empírica.

$L = 0.6V$ *V en km / h*

Expresiones para calcular la longitud de las curvas verticales, tanto para distancia de visibilidad de parada como de rebase.

Curvas en cresta

$$D > L \qquad L = 2D - \frac{C_1}{A}$$

$$D < L \qquad L = \frac{AD^2}{C_1}$$

Curvas en columpio

$$D > L \qquad L = 2D - \frac{C_2 + 3.5D}{A}$$

$$D < L \qquad L = \frac{AD^2}{C_2 + 3.5D}$$

L - Longitud de curva vertical, en m
D - Distancia de visibilidad de parada o rebase, en m
A - Diferencia algebraica de pendientes, en %
C_1, C_2 - Constantes que dependen de la altura del ojo del conductor o altura de los faros y de la altura del obstáculo o altura del vehículo

Constante	Distancia de visibilidad	
	De parada	De rebase
C_1	425	1000
C_2	120	

Curvas verticales.

Las curvas verticales serán parábolas de eje vertical y están definidas por su longitud y

por la diferencia algebraica de las pendientes de las tangentes verticales que unen.

Longitud Mínima:

La longitud minina de las curvas verticales se calcula con la expresión:

$$L = KA$$

En donde:

L = Longitud mínima de la curva vertical, en m.
K = Parámetro de la curva
A = Diferencia algebraica de las pendientes de las tangentes verticales en por ciento.

Pendiente en un punto cualquiera de la curva

$$P = PI - \frac{AL}{L}$$

Pendiente de la cuerda a un punto cualquiera

$$P1 = PI - \frac{AI}{2L}$$

Desviación respecto a la tangente (T)

$$T = \frac{A}{200\ L} I^2$$

Externa

$$E = \frac{AL}{800}$$

Flecha

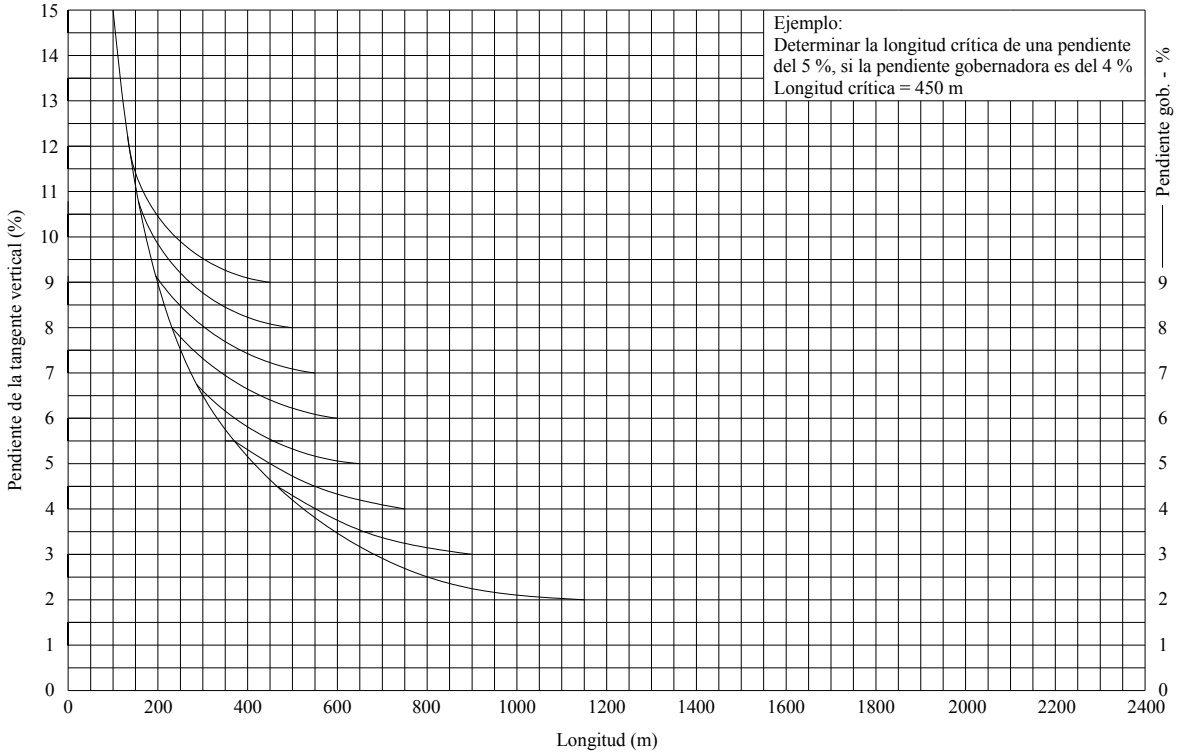
$$f = \frac{AL}{800} \qquad f = E$$

Elevación a un punto cualquiera de la curva Zn

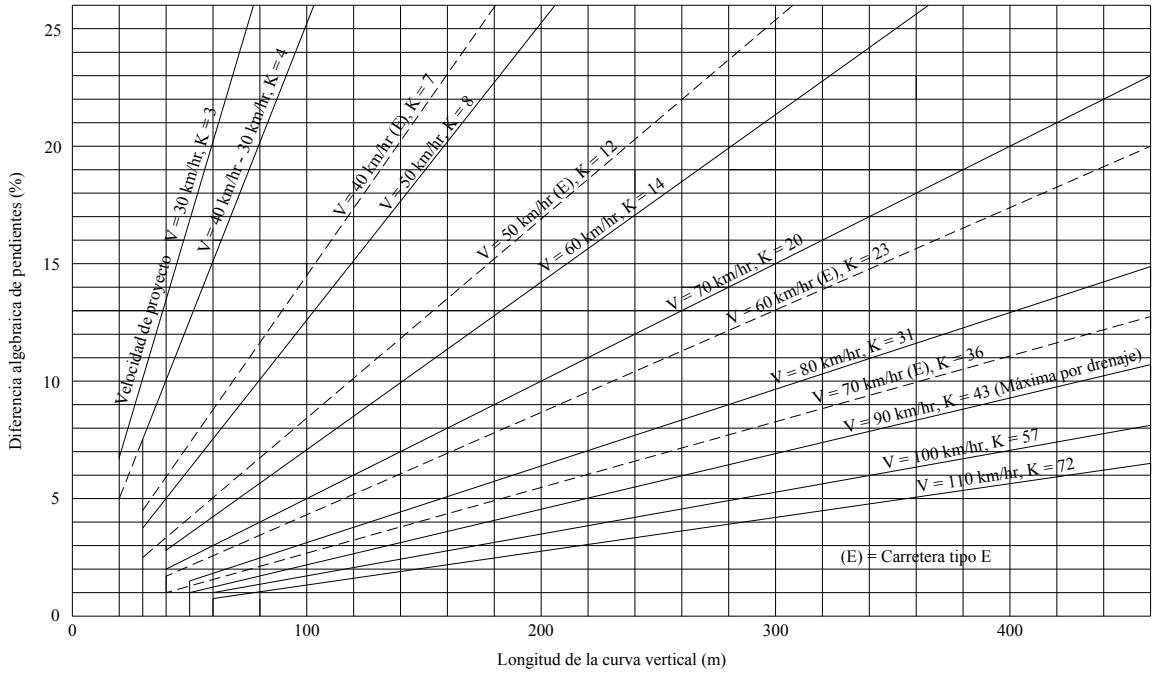
$$Zn = Zo + \left(\frac{PI}{5} - \frac{A}{10\ N} n\right) n \qquad \text{no es comprobable}$$

$$Zn = (Zn - I) + \frac{PI}{5} - \frac{A}{10\ N} (2n-I) \qquad \text{autocomprobable}$$

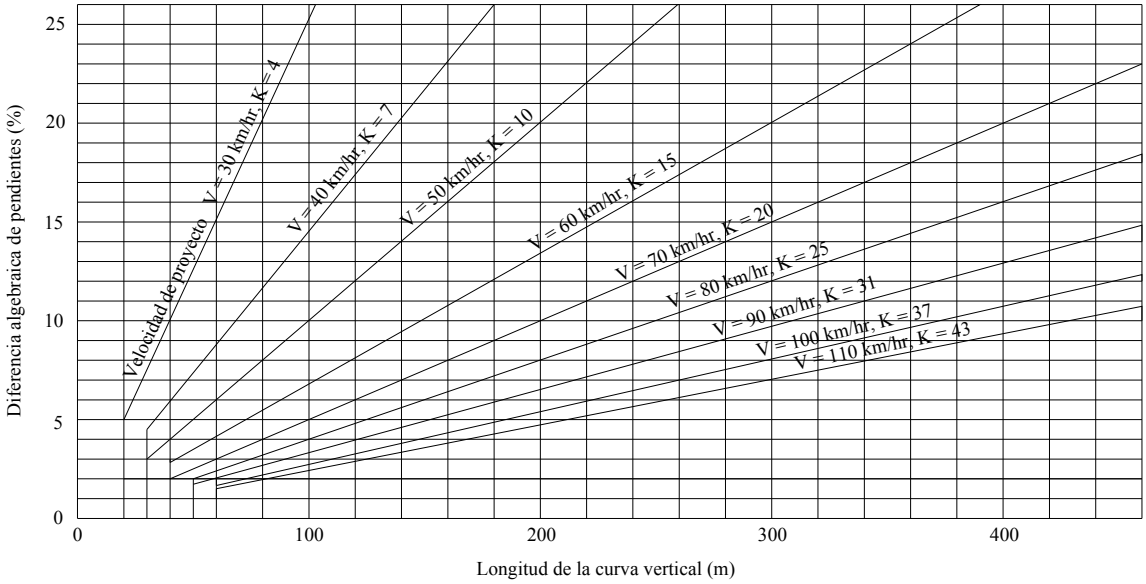
Siendo n y N las longitudes I y L respectivamente pero en estaciones de 20 m.



LONGITUD CRÍTICA DE TANGENTES VERTICALES CON PENDIENTE MAYOR QUE LA GOBERNADORA



LONGITUD MÍNIMA DE LAS CURVAS VERTICALES EN CRESTA



LONGITUD MÍNIMA DE LAS CURVAS VERTICALES EN COLUMPIO

Velocidad de proyecto (km/h)	Valores del parámetro K (m/%)			Longitud mínima
	Curvas en cresta		Curvas en columpio	
	Carretera tipo		Carretera tipo	Aceptable (m)
	E	D, C, B, A	E, D, C, B, A	
30	4	3	4	20
40	7	4	7	30
50	12	8	10	30
60	23	14	15	40
70	36	20	20	40
80	-	31	25	50
90	-	43	31	50
100	-	57	37	60
110	-	72	43	60

$$A = \frac{L}{L_e} A_c$$

En donde:

A = Ampliación del ancho de la calzada en un punto de la curva espiral o de la transición mixta, en m
L = Distancia del origen de la transición al punto cuya ampliación se desea determinar, en m
L_e = Longitud de la curva espiral o de la transición mixta, en m
A_c = Ampliación total del ancho de la calzada correspondiente a la curva circular, en m

En curvas espirales de transición y en transiciones mixtas

- La sobreelevación de la corona en un punto cualquiera de las curvas espirales de transición o de las transiciones mixtas, estará dada por la expresión:

$$S = \frac{L}{L_e} S_c$$

En donde:

S	=	Sobreelevación de la corona en un punto cualquiera de la curva espiral o de la transición mixta, en m
L	=	Distancia de origen de la transición al punto considerado en el que se desea determinar la sobreelevación de la corona, en m
L_e	=	Longitud de la curva espiral de transición o de la transición mixta, en m
S_c	=	Sobreelevación de la corona correspondiente al grado de curvatura, en %

Ampliación

$$X' = R - \sqrt{\left(R^2 - L^2\right)}$$

Donde:

R = Radio de la curva
L = Se considera generalmente de 6 m

Para un cierto No. de carriles, el sobre ancho será:

$$X' = \left[R - \sqrt{\left(R^2 - L^2\right)}\right]N + \frac{0.10V}{\sqrt{R}}$$ V = km/h

También se puede usar la fórmula

$$X' = \left[R - \sqrt{\left(R^2 - L^2\right)} + \frac{26.62}{R}\right]N$$

Ancho de calzada en curva $\rightarrow$ ac (2 carriles)

$$ac = 2u + 2C + FA + Z$$

$$u = \overline{EV} + R - \sqrt{R^2 - DE^2}$$

$$FA = \sqrt{R^2 + Vd(2DE + Vd)} - R$$

$$Z = 0.1\frac{V}{R}$$

Donde:

Ac	=	Ancho de calzada en curva
a	=	Ancho de calzada en tangente
A	=	Ampliación en curva
Vd	=	Vuelo delantero
DE	=	Distancia entre ejes
EV	=	Entre vía (generalmente ancho total del vehículo)
C	=	Distancia libre entre vehículos
u	=	Distancia entre huellas externas
FA	=	Proyección vuelo delantero
Z	=	Sobre ancho por dificultad de maniobras

Sobreelevación para un grado cualquiera

$$S = \left[\frac{Smáx}{Gmáx}\right]G$$

Ancho calzada (m) (a)	Valor de (c) en m
5.50	0.45
6.10	0.60
6.70	0.75
7.30	0.90

- ✓ Ampliación en curvas circulares con transición (espirales)

$$A' = \frac{A}{L_e}L$$

En donde:

L_e	=	Longitud de la espiral
A	=	Ampliación total en curva

- ✓ Ancho de la subcorona (As)

$$As = C + e_1 + e_2 + A$$

En donde:

C	=	Ancho de la corona en metros
e_1 y e_2	=	Ensanche de cada lado del camino en metros
A	=	Ampliación de calzada en la sección considerada (m)

- ✓ Ensanche:

Sobre ancho que se da a la subcorona a cada lado para que dé el ancho de la corona con la proyección del talud en función de la base, subbase, pendiente transversal y taludes.

$$e = \frac{B}{\frac{1}{t} + s}$$

En donde:

B	=	Espesor de base y subbase en metros
t	=	Talud de la cuneta (3 : 1, generalmente)
s	=	Sobreelevación o pendiente transversal de la corona y la subcorona con su signo

Cuando da > 1 m se debe calcular por la fórmula:

$$e = \frac{\frac{1}{T} + \frac{1}{t} - B}{\frac{1}{T} - s}$$

En donde:

T	=	Talud del corte
t	=	Talud de la cuneta

Ampliación y sobreelevación en transición

Datos necesarios

Smáx
Gmáx
C = Ancho de corona en subtangente
B = Bombeo en tangente
V = Velocidad de proyecto

Datos específicos de la curva

G	=	Grado y sentido de deflexión
S	=	Sobreelevación de la curva

L_e = Longitud de transición
N = Distancia
A = Ampliación
TE = Termina tangente empieza espiral
EC = Termina espiral empieza curva
CE = Termina curva empieza espiral
ET = Termina espiral empieza tangente

Parámetros

DS = Parámetro que define la variación de la sobreelevación
DA = Parámetro que define la variación de la ampliación

$$DS = S/L_e \qquad DA = A/L_e$$

$$\text{F.A.} = \frac{\gamma \text{ banco}}{\gamma \text{ suelto}} = \frac{\text{vol. suelto}}{\text{vol. banco}}$$

$$\text{F.R.} = \frac{\gamma \text{ banco}}{\gamma \text{ terraplén}} = \frac{\text{vol. terraplén}}{\text{vol. banco}}$$

Distancia económica de sobre acarreo

El empleo del material producto de corte en la formación de terraplenes, está condicionado tanto a la calidad del material como a la distancia hasta que es económicamente el transporte.

$$DME = \frac{(Pp + Pd) - Pc}{Psa} + AL.$$

DME = Distancia máxima de sobre acarreo económico
Pp = Costo unitario de terraplén formado con material de préstamo
Pd = Costo unitario de sobre acarreo del material de corte de desperdicio.
Pc = Precio unitario de la compactación, en el terraplén del material producto del corte.
AL = Acarreo libre, costo Incluido en la excavación
Psa = Precio unitario del sobre acarreo del material de corte

Determinación de pesos específicos.

$$\gamma_m = \frac{W_m}{V_m} \times 1000$$

En donde:

γ_m Es el peso específico o volumétrico del material húmedo en el lugar, en kg/m^3
W_m Es el peso del material extraído del sondeo, en gr.
V_m Es el volumen del sondeo de prueba medido con la arena, en cm^3.

$$\gamma_d = \frac{\gamma_m}{100 + w} \times 100$$

$$w = \frac{W_w}{W_s} \times 100$$

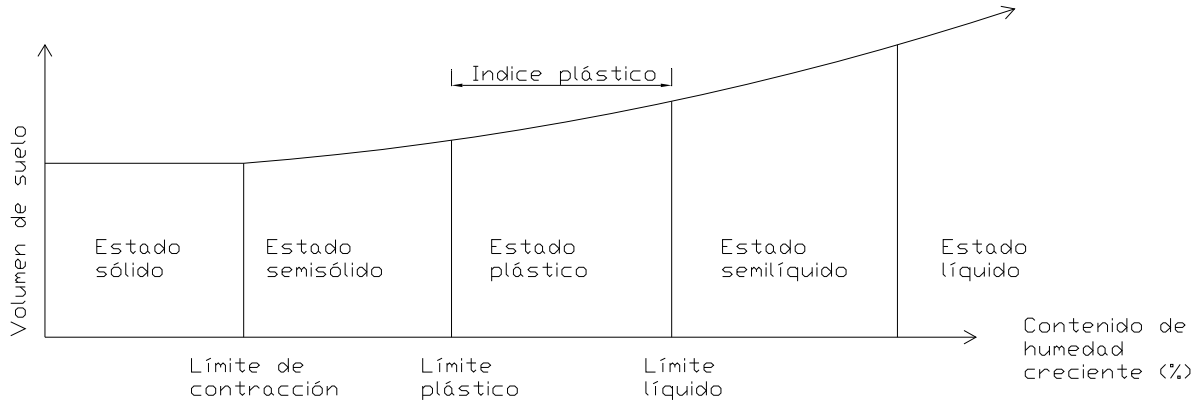
En donde:

γ_d Es el peso específico o volumétrico del material en estado seco en el lugar en kg/m^3.
γ_m Es el peso específico o volumétrico del material húmedo en el lugar, en kg/m^3
w Es el contenido de agua del material, en %
W_w Es el peso del agua que contiene el suelo, en g.
W_s Es el peso de la muestra seca, en g.

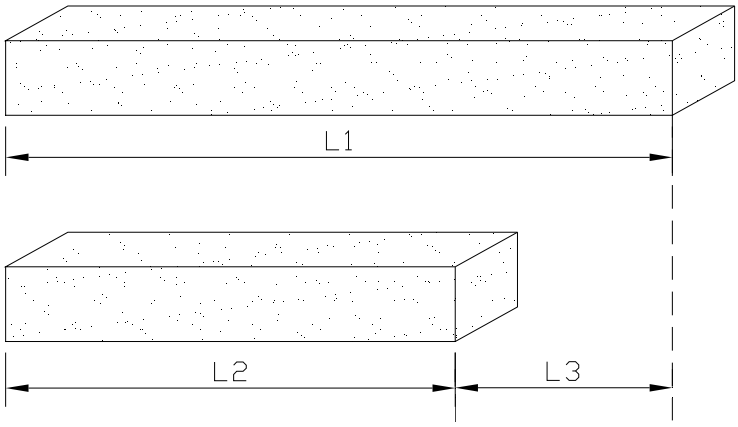
$$G_c = \frac{\gamma_d}{\gamma_{dmáx}} \times 100$$

En donde:

G_c Es el grado de compactación del material, en %
γ_d Es el peso específico o volumétrico del material en estado seco en el lugar, en kg/m^3.
$\gamma_{máx}$ Es el peso específico o volumétrico seco máximo del material en kg/m^3.



Representación esquemática de los límites de Atterberg.



Representación esquemática para la determinación de contracción lineal.

$$CL = \frac{L3}{L1} \times 100$$

En donde:

w_{ll} es la humedad del suelo correspondiente al límite líquido, en porcentaje.
w_{lc} es la humedad del suelo correspondiente al límite de contracción, en porcentaje.
L1 es la longitud inicial del espécimen de suelo húmedo, en cm.
L2 es la longitud del espécimen de suelo seco, en cm.
L3 es la diferencia de longitud entre el suelo húmedo y el suelo seco, en cm.

Cálculo de la curva masa.

Distancia económica de sobre acarreo
El empleo del material producto de corte en la formación de terraplenes, está condicionado tanto a la calidad del material como a la distancia hasta que es económicamente el transporte.

$$DME = \frac{(Pp + Pd) - Pc}{Psa} + AL.$$

DME = Distancia máxima de sobre acarreo económico
Pp = Costo unitario de terraplén formado con material de préstamo
Pd = Costo unitario de sobre acarreo del material de corte de desperdicio
Pc = Precio unitario de la compactación, en el terraplén del material producto del corte
AL = Acarreo libre, costo Incluido en la excavación
Psa = Precio unitario del sobre acarreo del material de corte

Determinación de la compensadora económica.

Compensadora entre préstamos

$$\frac{Pp.\ atrás}{C.V.} - \frac{Pp.\ adelante}{C.V.} = \frac{\sum M.\ atrás}{C.V.} - \frac{\sum M\ \ adelante}{C.V.}$$

Compensadora entre desperdicios

$$\frac{Pp.\ atrás}{C.V.} - \frac{Pp.\ adelante}{C.V.} = \frac{\sum M.\ atrás}{C.V.} - \frac{\sum M\ \ adelante}{C.V.}$$

Compensadora entre préstamo desperdicio

$$\frac{Pp.\ atrás}{C.V.} - \frac{Pp.\ adelante}{C.V.} = \frac{\sum M.\ atrás}{C.V.} - \frac{\sum M\ \ adelante}{C.V.}$$

Compensadora entre desperdicio préstamo

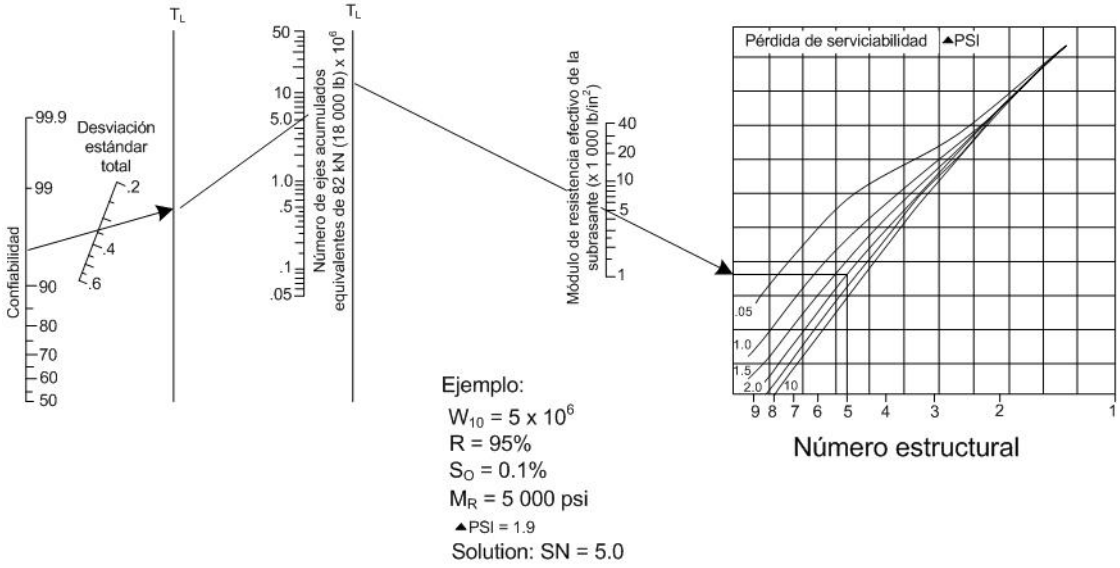
$$\frac{Pp.\ atrás}{C.V.} - \frac{Pp.\ adelante}{C.V.} = \frac{\sum M.\ atrás}{C.V.} - \frac{\sum M\ \ adelante}{C.V.}$$

Distribución del centro a centro de gravedad	Unidad
De 20 a 120	m³ est.
De 120 a 520	m³ hm
Mayor de 520	m³ km

Diseño de pavimentos.

Gráfica de diseño para estructuras de pavimento flexible, método AASHTO

$$\log_{10} W_{18} = Z_R \cdot S_0 + 9.36 \cdot \log_{10}(SN + 1) - 0.20 + \frac{\log_{10}\left[\frac{\Delta PSI}{4.2 - 1.5}\right]}{0.40 + \frac{1094}{(NS + 1)^{5.19}}} + 2.32 \cdot \log_{10} M_R - 8.07$$



Método de diseño de pavimentos flexibles AASHTO

Datos requeridos
Tránsito en ejes equivalentes acumulados (W_{18})
- Coeficiente de drenaje (m)
- Confiabilidad “R”
- Desviación estándar global, So
- Módulo de resiliencia, Mr de los materiales
- Pérdida de servicio, ΔPS1

Cálculos

Número estructural, S_N

- $S_N = a_1 D_1 + a_2 D_2 m_2 + a_3 D_3 m_3$

- a_1, a_2, a_3 = Coeficientes de capa representativos de carpeta, base y subbase respectivamente.

- m_2 y m_3 = Coeficientes de drenaje para base y subbase

Análisis capa por capa

$$D_1^* \geq \frac{SN_1}{a_1}$$

$$SN^*_1 = a_1 D_1 \geq SN_2$$

$$D^*_2 \geq \frac{SN_2 - SN^*_1}{am_2}$$

$$SN^*_1 + SN^*_2 \geq SN_2$$

$$D^*_3 \geq \frac{SN_3 - (SN_1 + SN^*_2)}{am3}$$

a, D, m y S_N son valores mínimos requeridos
D* y S_N* valores finales de diseño
∑L = (coeficiente de daño) x factor de crecimiento x TDPA (carril de diseño)
Módulo de resiliencia (Mr) obtenido en pruebas de laboratorio
Mr (Mpa) = 10.3 CBR; MR (kg/cm2) = 105 CBR
Mr (Mpa) = 10.3 CBR; MR (kg/cm2) = 105 CBR

El método AASHTO para diseño de pavimentos flexibles publicada en 1993 incluye importantes modificaciones dirigidas a mejorar la confiabilidad del método

W18 = Número esperado de repeticiones de ejes equivalentes a 8.2 t en el periodo de diseño.
Zr = Desviación Estándar del error combinado en la predicción del tráfico y comportamiento estructural.
So = Desviación Estándar Total
ΔPSI = Diferencia entre la Serviciabilidad Inicial (Po) y Final (Pt).
Mr = Módulo Resiliente de la Sub-rasante (psi)
SN = Número Estructural, indicador de la Capacidad Estructural requerida (materiales y espesores).
ai = Coeficiente Estructural de la capa i
Di = Espesor de la Capa i
mi = Coeficiente de Drenaje de la Capa Granular i

Parámetro W18
Para la guía AASHTO corresponde al EAL afectado por coeficientes que representan el sentido y el número de carriles que tendrá la vía

W18 = DD x DL x EAL

EAL = Número de ejes equivalentes a 8.2 t en el periodo de diseño.
DD = Es un factor de distribución direccional. Por lo general se considera 0.5
DL = Esta dictado por el siguiente cuadro

Factor carril

Número de carriles en cada dirección	Porcentaje para ejes de 8.2 t en cada dirección
1	100
2	80 - 100
3	60 - 80
4	50 - 75

Número de ejes equivalentes a 8.2 t

$$EAL(8.2\ t)=365(IMD2E*FD2E + IMD3E*FD3E + IMDTYS*FDTYS)\ \frac{[(1+i)n -1]}{i}$$

Donde:

EAL(8.2 t) : Número de Ejes Equivalentes a 8.2 t en el periodo de diseño.
IMD2E: Índice Medio Diario de Camiones de 2 ejes
IMD3E: Índice Medio Diario de Camiones de 3 ejes
IMDTyST: Índice Medio Diario de Camiones de TyST
FD2E: Factor Destructivo de Camiones de 2E
FD3E: Factor Destructivo de Camiones de 3E
FDTyST: Factor Destructivo de Camiones de TyST
i : Tasa de crecimiento de los vehículos
n : Periodo de Diseño

Confiabilidad

Clasificación general	Nivel de confiabilidad recomendados	
	Urbano	Rural
Autopista y carreteras interestatales	85-99.9	80-99.9
Otras arterias principales	80-99	75-95
Colectoras	80-95	75-95
Locales	50-80	50-80

Confiabilidad R (%)	Desviación Estándar Normal (Zr)
50	- 0.00
60	- 0.253
70	- 0.524
75	- 0.674
80	- 0.841
85	- 1.037
90	- 1.282
.	.
.	.
.	.
99.99	- 3.750

Desviación Estándar Total (So)

0.30 - 0.45 Pavimentos Rígidos
0.40 - 0.45 Pavimentos Flexibles

Índice de Serviciabilidad Presente

PSI inicial = Inicio del Periodo
PSI Final = Fin del Periodo
Δ PSI = PSI Final - PSI inicial

Módulo Resiliente de la Subrasante

La guía AASHTO reconoce que muchas agencias no poseen los equipos para determinar el Mr y propone el uso de la conocida correlación con el CBR

Mr(psi) = 1500xCBR

Mr = 1 500xCBR para CBR < 10% sugerida por AASHTO
Mr = 3 000xCBR 0.65 para CBR de 7.2% a 20% esta ecuación fue desarrollada en Sudáfrica
Mr = 4 326xlnCBR + 241 utilizada para suelos granulares por la propia guía AASHTO

Módulo de resilencia, Mr, obtenido en pruebas de laboratorio.

Correlación para subrasante

Mr (Mpa) = 10.3 CBR

Mr (Psi) = 1 500 CBR, Mr (kg/cm^2) = 105 CBR

Se recomienda que el Mr. de diseño se obtenga en función del tránsito esperado

Nivel de tránsito ejes equivalentes	Percentil
< 10 000	60
10 000 a 1 000 000	75
> 1 000 000	87.5

Compactación

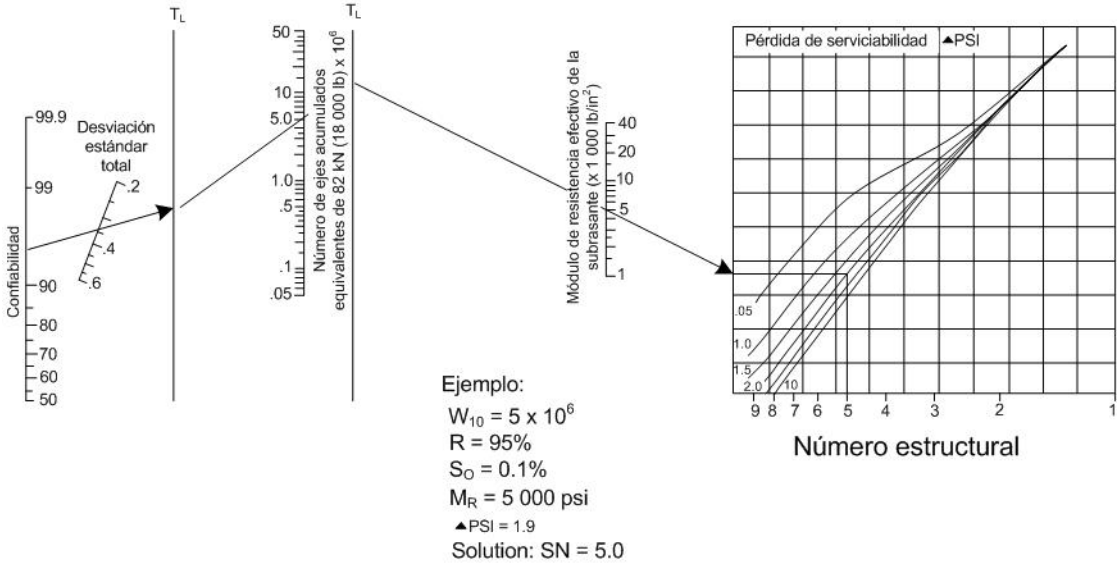
Base y subbase a 100% PVSM AASHTO
T-180
Subrasante 95-100% AASHTO T-180

Cálculo de Número Estructural

$$Log_{10}\, W18 = Zr \times So + 9.36 \times \log (SN+1) - 0.20 + \frac{\log_{10}[\Delta PSI]}{0.40 + \frac{1094}{(SN+1)^{5.19}}} + 2.32 \times \log MR - 8.07$$

Carta de diseño AASHTO 1993

$$\log_{10} W_{18} = Z_R \cdot S_0 + 9.36 \cdot \log_{10}(SN+1) - 0.20 + \frac{\log_{10}\left[\frac{\Delta PSI}{4.2-1.5}\right]}{0.40 + \frac{1094}{(SN+1)^{5.19}}} + 2.32 \cdot \log_{10} M_R - 8.07$$



Estructuración del pavimento

SN = a1 x D1 + a2 x D2 x m2 + a3 x D3 x m3

$$D^*_1 >= \frac{SN_1}{a_1}$$

$$SN^*_1 = A_1 D_1 >= SN_1$$

$$D^*_2 >= \frac{SN_1 - SN^*_1}{a_2 m_2}$$

$$SN^*_1 + SN^*_2 >= SN_2$$

$$D^*_3 >= \frac{SN_3 - (SN^*_1 + SN^*_2)}{a_3 m_3}$$

Notas: 1) a, D, m y SN corresponden a valores mínimos requeridos
2) D^* y SN^* representan los valores finales de diseño

Requisitos de calidad de materiales granulares

	SUBBASE	BASE
CBR mín. %	20	80
Valor R. mín	55	78
LL, máx, %	25	25
IP, máx, %	6	NP
EA, mín, %	25	35
%, Finos máx	12	7

Tipo de asfalto para varias condiciones de temperatura ambiente

Clima	Temp	Grado del asfalto
Frio	<= 7° C	AC-5, AC-10
Templado	7 y 24°C	AC-10, AC-20
Caliente	>= 24°C	AC-20, AC-40

Se pueden usar emulsiones asfálticas catiónicas o aniónicas

Características	Clasificación			
	AC-5	AC-10	AC-20	AC-30
Del cemento asfáltico original:				
Viscosidad dinámica a 60 °C; Pas ($P^{(1)}$)	50±10 (500±100)	100±20 (1 000±200)	200±40 (2 000±400)	300±60 (3 000±600)
Viscosidad cinemática a 135 °C; mm^2/s, mínimo (1 mm^2/s = 1 centistoke)	175	250	300	350
Viscosidad Saybolt-Furol a 135 °C; s, mínimo	80	110	120	150
Penetración a 25 °C, 100 g, 5s; 10^{-1} mm, mínimo	140	80	60	50
Punto de inflamación Cleveland; °C, mínimo	177	219	232	232
Solubilidad; %, mínimo	99	99	99	99
Punto de reblandecimiento; °C	37-43	45-52	48-56	50-58
Del residuo de la prueba de la película delgada:				
Pérdida por calentamiento; %, máximo	1	0.5	0.5	0.5
Viscosidad dinámica a 60 °C; Pas ($P^{(1)}$), máximo	200 (2 000)	400 (4 000)	800 (8 000)	1 200 (12 000)
Ductilidad a 25 °C y 5 cm/min; cm, mínimo	100	75	50	40
Penetración retenida a 25 °C; %, mínimo	46	50	54	58

Coeficiente de drenaje

Características del drenaje	Agua eliminada en	Porcentaje de tiempo en el año, que la estructura del pavimento está expuesta a un nivel de humedad próxima a la saturación			
		< 1	1% - 5%	5% - 25%	> 25
Excelente	2 horas	1.40 - 1.35	1.35 - 1.30	1.30 - 1.20	1.20
Bueno	1 día	1.35 - 1.25	1.25 -1.15	1.15 - 1.00	1.00
Regular	1 semana	1.25 - 1.15	1.15 - 1.05	1.00 - 0.80	0.80
Pobre	1 mes	1.15 - 1.05	1.05 - 0.80	0.80 - 0.60	0.60
Muy malo	No drena	1.05 - 0.95	0.95 - 0.75	0.75 - 0.40	0.40

El coeficiente estructural para material de base es estimado a través de la siguiente formula

$a2 = 0.2 \times \log EBS - 0.977$

$EBS = K1\ \theta\ K2$

Donde:

θ = sumatoria de estados de esfuerzos (psi)
K1 y K2 = constantes estadísticas de regresión que están en función del tipo de material
Los valores típicos para materiales de base son:
K1 = 3000 a 8000
K2 = 0.5 a 0.7

Espesores mínimos (pulgadas)

Rango de tráfico	Concreto asfáltico	Espesor de base
Menos de 50 000	1 (Tratamiento superficial)	4
50 001 - 150 000	2.0	4
150 001 - 500 000	2.5	4
500 001 - 2 000 000	3.0	6
2 000 001 - 7 000 000	3.5	6
Mayor a 7 000 000	4.0	6

Construcción

Ingeniería de costos

Ley y Reglamento de Obras Públicas y Servicios
Relacionados con la Misma
Reglamento y Normas de Construcción del Distrito Federal

Peso de varillas

Núm.	DIÁMETRO	Kg/m
2	1/4"	0.225
3	3/8"	0.557
4	1/2"	0.996
5	5/8"	1.570
6	3/4"	2.250
8	1"	3,997
10	1 3/8"	0.996
12	1 1/2"	0.996

Salarios mínimos	Pesos diarios, áreas geográficas		
	A	B	C
2001	$40.35	$37.95	$35.85
2002	$42.15	$40.10	$38.30
2003	$43.65	$41.85	$40.30
2004	$45.24	$43.73	$42.11
2005	$46.80	$45.35	$44.05
2006	$48.67	$47.16	$45.81
2007	$50.57	$49.00	$47.60
2008	$52.59	$50.96	$49.50
2009	$54.80	$53.26	$51.95
2010	$57.46	$55.84	$54.47
2011	$59.82	$58.13	$56.70

S.M.D.F.

Salario real = sal. nom X fsr

Factor de salario base de cotización

FSBC = Tp/ DICAL

PORCENTAJES DE APLICACIÓN A LA BASE DEL CALCULO PARA LA DETERMINACION DE LAS CUOTAS DEL IMSS, VIGENTES A PARTIR DEL 1o. DE JULIO DE 1997 A JUNIO DE 2010

FECHA DE INICIO	ENFERMEDAD Y MATERNIDAD									
	CUOTA FIJA	EXCEDENTE A 3 SALARIOS MINIMOS GENERALES DEL D.F.			PRESTACIONES EN DINERO			GASTOS MEDICOS PENSIONADOS		
	PATRON	PATRON	ASEGURADO	SUMA	PATRON	ASEGURADO	SUMA	PATRON	ASEGURADO	SUMA
01/07/1997 01/01/1998	13.90	6.00	2.00	8.00	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/1999	14.55	5.51	1.84	7.35	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2000	15.20	5.02	1.68	6.70	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2001	15.85	4.53	1.52	6.05	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2002	16.50	4.04	1.36	5.40	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2003	17.15	3.55	1.20	4.75	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2004	17.80	3.06	1.04	4.10	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2005	18.45	2.57	0.88	3.45	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2006	19.10	2.08	0.72	2.80	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2007	19.75	1.59	0.56	2.15	0.70	0.25	0.95	1.05	0.38	1.43
01/01/2008	20.40	1.10	0.40	1.50	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
ART.	**106-I**	**106-II**			**107**			**25**		

FECHA DE INICIO	INVALIDEZ Y VIDA			GUADERIAS	RETIRO SAR	CESANTIA EN EDAD AVANZADA Y VEJEZ		
	PATRON	ASEGURADO	SUMA	PATRON		PATRON	ASEGURADO	SUMA
01/07/1997 01/01/1998	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/1999	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2000	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2001	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2002	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2003	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2004	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2005	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2006	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2007	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2008	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
Artículo		**147**		**211**	**168-I**	**168-II**		

FECHA DE INICIO	ENFERMEDAD Y MATERNIDAD									
	CUOTA FIJA	EXCEDENTE A 3 SALARIOS MINIMOS GENERALES DEL D.F.			PRESTACIONES EN DINERO			GASTOS MEDICOS PENSIONADOS		
	PATRON	PATRON	ASEGURADO	SUMA	PATRON	ASEGURADO	SUMA	PATRON	ASEGURADO	SUMA
01/07/1997 01/01/1998	13.90	6.00	2.00	8.00	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/1999	14.55	5.51	1.84	7.35	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2000	15.20	5.02	1.68	6.70	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2001	15.85	4.53	1.52	6.05	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2002	16.50	4.04	1.36	5.40	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2003	17.15	3.55	1.20	4.75	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2004	17.80	3.06	1.04	4.10	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
27/06/1905	18.45	2.57	0.88	3.45	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2006	19.10	2.08	0.72	2.80	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
01/01/2007	19.75	1.59	0.56	2.15	0.70	0.25	0.95	1.05	0.38	1.43
01/01/2008	20.40	1.10	0.40	1.50	0.70	0.25	0.95	1.05	0.375	1.425
Artículo	**106-I**	**106-II**			**107**			**25**		

FECHA DE INICIO	INVALIDEZ Y VIDA			GUADERIAS	RETIRO SAR	CESANTIA EN EDAD AVANZADA Y VEJEZ		
	PATRON	ASEGURADO	SUMA	PATRON		PATRON	ASEGURADO	SUMA
01/07/1997 01/01/1998	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/1999	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2000	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2001	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2002	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2003	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2004	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2005	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2006	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2007	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
01/01/2008	1.75	0.625	2.375	1.00	2.00	3.15	1.125	4.275
Artículo		**147**		**211**	**168-I**	**168-II**		

Artículo 28 LEY DEL I.M.S.S.	Límite Inferior 1 salario mínimo general del Área geográfica respectiva
	Límite Superior 25 salarios mínimo del D.F.

Marco jurídico RLOP= Reglamento de la Ley de Obras Públicas y Servicios Relacionados con las Mismas. LFT= Ley Federal Del Trabajo, LSS=Ley del Seguro Social, RLSS= Reglamento del Seguro Social SMGDF= Salario Mínimo General del Distrito Federal	
Días Festivos art. 74 LFT (reforma del 17 enero 2006) 1 Enero — 16 Septiembre 1er Lunes Febr./ 5 Febrero — 3er Lunes Nov./ 20 Noviembre 3er Lunes Marzo/ 21 Marzo — 1 dic. c/6 años 1 Mayo — 25 diciembre	**Vacaciones art 76 LFT 6 días por año** Aguinaldo art 87 LFT 15 días por año Prima Vacacional art 80 LFT 25% de las Vacaciones Prima Dominical 25.00 %
Cuota Fija : Art 106 fracción I, (LSS) y Art. 13 fracción I, RLSS * Excedente a 3 SMGDF, Art 106 Fracción II, (LSS) y Art. 13 Fracción II, (RLSS) ** Prestaciones en Dinero Art. 107 Fracción I y II (LSS) Art. 13 Fracción III, (RLSS) *** Prestaciones en Especie de los pensionados Art. 25 Párrafo II, (LSS) Art. 13 Frac. IV, (RLSS) *** Invalidez y vida, (Art 147 LSS) y Art 14 RLSS, y Art. Vigésimo Quinto Transitorio de La LSS *** Cesantía en edad avanzada y vejez Art. 168 Fracción II (LSS) y Art. 16 (RLSS) *** Riesgos de trabajo Art. 73 y 74 (LSS) *** Guarderías Art. 211 y 212 (LSS) y Art. 15 (RLSS) *** Salario Base de Cotización, Art 27(LSS) y Art. 10 (RLSS) Base de Cotización Mensual, Art. 11 (RLSS) * Sobre el SMGDF ** Sobre Salario Base de Cotización - 3SMGDF *** Sobre el Salario Base de Cotización	Días Inactivas por arrastre: Días equivalentes al tiempo perdido en el transporte al sitio de trabajo. **COSTA AFUERA´** Utilizado en trabajos Costa afuera o similar. En este caso se anulan las partidas 1.1 al 1.8 ´ Fuente: criterios para la presentación y evaluación de proposiciones en licitaciones públicas y por invitación restringida Comisión mixta PEP-CNIC, pag198 y 199
Fsr= Factor de salario real, Art. 160 RLOP Fsr= Ps(Tp/Tl)+ (Tp/Tl) Ps= Obligaciones obrero-patronales en fracción decimal, Art. 160 RLOP	Tp= Días realmente pagados durante un periodo anual. Art. 160 RLOP Tl= Días realmente laborados durante un periodo anual. Art. 160 RLOP

Costo horario

CARGOS FIJOS

a).- DEPRECIACIÓN.....D = (Vm-Vr)/Ve =
b).- INVERSIÓN.....Im = (Vm+Vr)* i/2Hea =
c).- SEGUROS.....Sm = (Vm+Vr) * S/2Hea =
d).- MANTENIMIENTO....M = Ko * D =

CONSUMOS

a).- COMBUSTIBLE.....GASOLINA Co = Fc * Po * Pc =
b).- OTRAS FUENTES DE ENERGÍA....:En = Pe * Pe
c).- LUBRICANTE.....Lb = [(Fa * Po) + CC/Ca] * Pa =
d).- LLANTAS.....N = Pn/Vn =
e).- PIEZAS ESPECIALES.....Ae = Pe / Va

OPERACIÓN

Cargo por operación = Po = Sal. real / hora efectiva =

Planeación, organización y administración

Balanza de comprobación A = P + C

Estado de resultados Ingresos-egresos = utilidad o pérdida

Ruta crítica
Fórmula TMP= IMP+DUR
Fórmula IMT= TMT-DUR

Formula holguras H= IMP - TMP ; H= IMT-TMT

Interés simple = $M = P (1 + ni)$
Interés compuesto = $M = P (1 + i)^n$
Valor futuro = $VF = VP (1+ i)^n$
Valor presente = $VP = VF / (1+ i)^n$

Potencia tractor

$$F = \frac{75\,(P)(K)}{V}$$

F = fuerza efectiva de trabajo (kg)
P = potencia en el motor (cv)
V = velocidad de operación (m/s)
K = constante o factor de eficiencia

Resistencia a la pendiente (Fuerza tractiva)

$Ft = 1000\ P \text{ sen } \alpha$

Ft = Fuerza tractiva
P = Peso del tractor
sen α = ángulo de la rampa en porcentaje o grados

Cálculo del rendimiento de tractores con cuchilla

$$V = \frac{(C)(E)(60)}{(T)(FA)}$$

V = rendimiento en m^3/h de suelo compacto
C = capacidad de la cuchilla
FA = coeficiente de abundamiento
E = coeficiente de eficacia del dozer
T = duración del ciclo en minutos
60 = número de minutos en una hora

Productividad horaria o rendimiento de palas mecánicas

$$V = \frac{3600(C)(E)(K)}{(T)(FA)}$$

V = productividad horaria o rendimiento en m^3/h de suelo compacto
C = capacidad del cucharón en yardas o metros cúbicos sueltos
FA = factor de abundamiento del material excavado
E = relación del volumen realmente cargado al volumen nominal del cucharón
K = factor de rendimiento en función del tipo de material a excavar
T = tiempo total del ciclo en segundos
3 600 = segundos en una hora

Rendimiento de motoconformadoras

PÉRDIDAS DE TIEMPO.

$$H = \frac{(NR)(L)}{V} - \frac{(Nr)(L)}{V}$$

H = Horas pérdidas
NR = N°. Pasadas realizadas
Nr = N°. Pasadas requeridas
V = Velocidad aplicación
L = Longitud del tramo

Rendimiento en horas

$$T = \frac{(N)(L)}{(V1)(E)} + \frac{(N)(L)}{(V2)(E)} + \frac{(N)(L)}{(V3)(E)}$$

T = Tiempo en horas utilizado
N = Número de pasadas
L = Longitud recorrida en km, en cada pasada
E = factor de eficiencia
V1, V2, V3 = Velocidad en km/h., en cada pasada

Costo horario de maquinaria (cargos)

$$D = \frac{Va - Vr}{Ve}$$

D = Cargo por depreciación
Va = Valor de adquisición
Vr = Valor de recuperación
Ve = Vida económica

$$I = \frac{Va - Vr}{2\,Ha}\, i$$

I = Cargo por inversión
Va = Valor de adquisición
Vr = Valor de rescate
I = Tasa de interés anual, expresada en fracción
Ha = Horas efectivas trabajadas por el equipo durante el año

$$S = \frac{Va - Vr}{2Ha}\, s$$

S = Cargo por Seguro
Va = Valor de adquisición
Vr = Valor de rescate
s = Prima anual, expresada en fracción
Ha = Horas efectivas trabajadas por el equipo durante el año

A = Ka. D

A = Cargo por almacenamiento
Ka = Coeficiente estimado de los costos que resulten y que se relacionen con el cargo de depreciación

D = Depreciación

T = Q D

T = Cargo por manteniendo y reparación
Q = Coeficiente variable depende de la maquinaria y su trabajo, se deduce de datos estadísticos, incluye mantenimiento mayor y menor

E = C Pc

E = Cargo por combustible
C = Cantidad de combustible consumido por hora efectiva de trabajo en L/h
Pc = Precio del combustible por litro

L = a P

L = Cargo por lubricantes
a = Cantidad de litros de aceite por hora efectiva de trabajo
P = Precio de los aceites

$$Ll = \frac{Vll}{Hv}$$

Ll = Cargo horario por llantas, en hora efectiva de trabajo
Vll = Valor de adquisición de llantas
Hv = Vida económica de las llantas en horas, en kilómetros

$$Op = \frac{So}{H}$$

Op = Cargo horario por operación
So = Salario por turno de personal que opera a la máquina con todas las prestaciones del salario base
H = Horas efectivas, dentro del turno de operación de la máquina

Matemáticas

Álgebra

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Si } x<y & \Rightarrow & x+z<y+z \\ \text{Si } x<y;\ z>0 & \Rightarrow & xz<yz \\ \text{Si } x<y;\ z<0 & \Rightarrow & xz>yz \\ \text{Si } x<y;\ y<z & \Rightarrow & x<z \end{array}\right\} \quad \forall x,y,z\in\Re$$

$$(r_1\,\text{cis}\theta_1)(r_2\,\text{cis}\theta_2)=r_1\,r_2\,\text{cis}(\theta_1+\theta_2) \qquad \text{Nota: } \text{cis}\,\theta=\cos\theta+i\,\text{sen}\,\theta$$

$$\sqrt[n]{r\ \text{cis}\ \theta}=\sqrt[n]{r}\ \text{cis}\,\frac{\theta+k\left(360^0\right)}{n};\qquad k \text{ entero}$$

$$\text{Ln}\left(r\,e^{\theta i}\right)=\text{Ln}\,r+(\theta+2\,k\,\pi)\,i;\qquad k \text{ entero}$$

$\forall f(x);g(x)\neq 0$, existen q(x); r(x); f, g, q, r polinomios tales que: f(x)=g(x) q(x)+r(x), con gr(r) < gr(g) o r(x)=0

$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$; $a_n\neq 0$; $a_0\neq 0$ las raíces racionales de f son de la forma $\frac{p}{q}$ donde p es factor de a_0 y q de a_n

Para matrices A y B

$$\left\{\begin{array}{lll} (AB)^{-1} & = & B^{-1}A^{-1};\qquad A \text{ y } B \text{ no singulares} \\ \text{tr}(A+B) & = & \text{tr}\,A+\text{tr}\,B \\ \text{tr}(aA) & = & a\,(\text{tr}\,A) \\ (AB)^T & = & B^T\,A^T \\ \det(A) & = & \det(A^T) \\ \det(AB) & = & \det(A)\,\det(B) \\ A(\text{Adj}\,A) & = & (\text{Adj}\,A)A=\det(A)\,I \\ \det(A^{-1}) & = & \frac{1}{\det(A)};\qquad A \text{ no singular} \end{array}\right.$$

Si $B=\{\bar{v}_1,\ \bar{v}_2,\ \ldots,\ \bar{v}_n\}$ es base de un espacio V; $\bar{x}\in V$

y $\bar{x}=\alpha_1\bar{v}_1+\alpha_2\bar{v}_2+\ldots+\alpha_n\bar{v}_n$; entonces, el vector de coordenadas de $\bar{x}$ respecto a B

es: $\left(\bar{x}\right)_B = \left(\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots, \alpha_n\right)^T$

Si $\bar{u},\ \bar{v},\ \bar{w} \in V\ (C)$ espacio vectorial, entonces $f\left(\bar{u}, \bar{v}\right) = \left(\bar{u} \mid \bar{v}\right)$ es producto interno en V si:

1) $\left(\bar{u} \mid \bar{v}\right) = \overline{\left(\bar{v} \mid \bar{u}\right)}$

2) $\left(\bar{u} \mid \bar{v} + \bar{w}\right) = \left(\bar{u} \mid \bar{v}\right) + \left(\bar{u} \mid \bar{w}\right)$

3) $\left(\alpha\, \bar{u} \mid \bar{v}\right) = \alpha\left(\bar{u} \mid \bar{v}\right)$

4) $\left(\bar{u} \mid \bar{u}\right) > 0 \quad$ si $\bar{u} \neq \bar{0}$

$\left\|\bar{v}\right\| = \left(\bar{v} \mid \bar{v}\right)^{1/2}$ norma de $\bar{v}$

$d\left(\bar{u},\ \bar{v}\right) = \left\|\bar{v} - \bar{u}\right\|$ distancia de $\bar{u}$ a $\bar{v}$

$\cos\theta = \dfrac{\Re\left(\bar{u} \mid \bar{v}\right)}{\left\|\bar{u}\right\| \left\|\bar{v}\right\|}$ coseno del ángulo entre $\bar{u}$ y $\bar{v}$

Si $B = \left\{\overline{g_1},\ \overline{g_2},\ \ldots,\ \overline{g_n}\right\}$ es base ortogonal de un espacio V; $\bar{v} \in V$ y $\left(\bar{v}\right)_B = \left(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\right)^T$ entonces $\alpha_i = \dfrac{\left(\bar{v} \mid \overline{g_i}\right)}{\left(\overline{g_i} \mid \overline{g_i}\right)}$; $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$

Si $\left\{\overline{e_1},\ \overline{e_2},\ \ldots,\ \overline{e_m}\right\}$ es base ortonormal de un subespacio W del espacio V y $\bar{v} \in V$; entonces, la proyección de $\bar{v}$ sobre W es: $\sum_{i=1}^{m} \left(\bar{v} \mid \overline{e_i}\right) \overline{e_i}$

Para la transformación lineal $T:V \rightarrow W$ $\begin{cases} T(V) = \left\{T\left(\bar{v}\right) \mid \bar{v} \in V\right\} & \text{recorrido de V} \\ N(T) = \left\{\bar{v} \in V \,/\, T\left(\bar{v}\right) = \bar{O}\right\} & \text{núcleo de T} \\ \dim V = \dim T(V) + \dim N(T) \end{cases}$

Para $T:V \rightarrow W$; $A = \left\{\overline{v_1},\ \overline{v_2},\ \ldots, \overline{v_n}\right\}$ base de V y B base de W

la matriz asociada a T, $M_B^A(T)$ tiene por columnas a:

$\left[T\left(\overline{v_1}\right)\right]_B,\ \left[T\left(\overline{v_2}\right)\right]_B, \ldots, \left[T\left(\overline{v_n}\right)\right]_B$

para $T:V \rightarrow V$, $\bar{v} \in V$ es vector característico de T si:

$$T\left(\bar{v}\right) = \lambda \bar{v} \quad \text{con } \lambda \neq 0 \quad \text{y} \quad \bar{v} \neq \bar{0}$$

Geometría

Áreas

Círculo πr^2

Trapecio $\left[\frac{B+b}{2}\right] h$

Triángulo $\frac{ab \operatorname{sen}\alpha}{2} = \frac{bh}{2}$

Volúmenes

Cilindro $\pi r^2 h$

Cono $\frac{\pi r^2 h}{3}$

Esfera $\frac{4 \pi r^3}{3}$

Prismas $S_B h$ S_B = área de la base

Pirámides $\frac{S_B h}{3}$

Trigonometría

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha \equiv 1$$

$$\tan\alpha \equiv \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} \equiv \frac{1}{\cot\alpha}$$

$$\csc\alpha \equiv \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} \qquad \sec\alpha \equiv \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{sen}^2\alpha \equiv \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\alpha$$

$$\cos^2\alpha \equiv \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha$$

$$\sec^2\alpha \equiv 1 + \tan^2\alpha$$

$$\csc^2\alpha \equiv 1 + \cot^2\alpha$$

$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta)\equiv \operatorname{sen}\alpha\cos\beta+\cos\alpha\operatorname{sen}\beta$$

$$\operatorname{sen}(\alpha-\beta)\equiv \operatorname{sen}\alpha\cos\beta-\cos\alpha\operatorname{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)\equiv cos\alpha\cos\beta-\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta)\equiv cos\alpha\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta$$

$$\operatorname{sen}2\alpha\equiv 2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha\equiv cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha\equiv 1-2\operatorname{sen}^2\alpha\equiv 2cos^2\alpha-1$$

$$\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}\beta\equiv 2\operatorname{sen}\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}\beta\equiv 2cos\frac{\alpha+\beta}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$cos\alpha+cos\beta\equiv 2cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

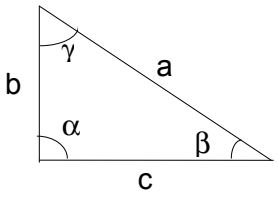
$$cos\beta-cos\alpha\equiv 2\operatorname{sen}\frac{\alpha+\beta}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\ \alpha}=\frac{b}{\operatorname{sen}\ \beta}=\frac{c}{\operatorname{sen}\ \gamma}$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\ \cos\alpha$$

$$b^2=a^2+c^2-2ac\ \cos\beta$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\ \cos\gamma$$



θ	sen θ	cos θ	tan θ	cot θ	sec θ	csc θ
0°	0	1	0	∞	1	∞
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
90°	1	0	∞	0	∞	1

Geometría analítica plana

Distancia entre dos puntos $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Pendiente de una recta $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Ecuación de una recta $y - y_1 = m\,(x - x_1)$; $Ax + By + C = 0$

Ángulo entre rectas $\tan\theta = \dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_1\, m_2}$

Circunferencia $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$; $Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$

Parábola

Eje vertical $(x - h)^2 = 4p\,(y - k)$; $Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$

Eje horizontal $(y - k)^2 = 4p\,(x - h)$; $By^2 + Dx + Ey + F = 0$

$LR = 4p$; $e = 1$

Elipse

Eje focal horizontal $\dfrac{(x-h)^2}{a^2} + \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$; $a > b$

Eje focal vertical $\dfrac{(x-h)^2}{b^2} + \dfrac{(y-k)^2}{a^2} = 1$; $a > b$

$a^2 = b^2 + c^2$; $LR = \dfrac{2b^2}{a}$; $e = \dfrac{c}{a} < 1$

$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$; $AC > 0$

Hipérbola

Eje focal horizontal $\dfrac{(x-h)^2}{a^2} - \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

Eje focal vertical $\dfrac{(y-k)^2}{a^2} - \dfrac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

$c^2 = a^2 + b^2$; $LR = \dfrac{2\,b^2}{a}$; $e = \dfrac{c}{a} > 1$

$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$; $AC < 0$

Transformación de coordenadas $x = r\cos\theta$

$$y = r \operatorname{sen} \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \text{ang tan } \frac{y}{x}$$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \operatorname{sen} \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \text{ang tan } \frac{y}{x}$$

$$z = z$$

$$x = \rho \operatorname{sen} \varphi \cos \theta$$

$$y = \rho \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta$$

$$z = \rho \cos \varphi$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \text{ang tan } \frac{y}{x}$$

$$\varphi = \text{ang cos } \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Geometría analítica del espacio

Producto escalar $\quad \bar{a} \bullet \bar{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$

Producto vectorial $\quad \bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$

Producto mixto $\quad \left[\bar{a} \;\; \bar{b} \;\; \bar{c}\right] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

Ángulo entre dos vectores $\cos\theta = \dfrac{\bar{a} \bullet \bar{b}}{\left|\bar{a}\right|\left|\bar{b}\right|}$; $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{\left|\bar{a} \times \bar{b}\right|}{\left|\bar{a}\right|\left|\bar{b}\right|}$

Ecuación vectorial de la recta $\bar{p} = \bar{p}_o + t\bar{u}$

Ecuaciones paramétricas de la recta $\begin{cases} x = x_o + at \\ y = y_o + bt \\ z = z_o + ct \end{cases}$ $\bar{u} = (a, b, c)$

Ecuaciones cartesianas de la recta en forma simétrica. $\dfrac{x - x_o}{a} = \dfrac{y - y_o}{b} = \dfrac{z - z_o}{c}$;

$\bar{u} = (a,\ b,\ c)$

Distancia de un punto Q a una recta $d = \dfrac{\left|\overline{P_oQ} \times \bar{u}\right|}{\left|\bar{u}\right|}$

Distancia entre dos rectas $d = \dfrac{\left|\overline{P_1P_2} \bullet \left(\overline{u_1} \times \overline{u_2}\right)\right|}{\left|\overline{u_1} \times \overline{u_2}\right|}$

Ecuación vectorial de un plano $\bar{p} = \overline{p_o} + r\bar{u} + s\bar{v}$

Ecuaciones paramétricas de un plano $\begin{cases} x = x_o + ru_x + sv_x \\ y = y_o + ru_y + sv_y \\ z = z_o + ru_z + sv_z \end{cases}$

Ecuación cartesiana de un plano en forma general $Ax+By+Cz+D = 0$; $\bar{N} = (A,\ B,\ C)$

Ecuación normal de un plano $\overline{PoP} \bullet \bar{N} = 0$; $\bar{N} = (A, B, C)$

Distancia de un punto Q a un plano $d = \dfrac{\left|\overline{PoQ} \bullet \bar{N}\right|}{\left|\bar{N}\right|}$

Ángulo entre una recta y un plano $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{\bar{u} \bullet \bar{N}}{\left|\bar{u}\right\|\bar{N}\right|}$

Cálculo diferencial e integral

$$\frac{d(c)}{dx} = 0$$

$$\frac{d(x)}{dx} = 1$$

$$\frac{d[f(x) + g(x) - h(x)]}{dx} = \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dx} - \frac{dh}{dx}$$

$$\frac{d[a\, f(x)]}{dx} = a\frac{df}{dx}$$

$$\frac{d[f(g(x))]}{dx} = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx}$$

$$\frac{d(u\, v)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(u^n)}{dx} = n\, u^{n-1}\frac{du}{dx} \quad \forall n \neq 0$$

$$\frac{d(\sqrt{u})}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{2\sqrt{u}}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u\frac{dv}{dx} - v\frac{du}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d(\operatorname{sen} u)}{dx} = \cos u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(\cos u)}{dx} = -\operatorname{sen} u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(\tan u)}{dx} = \sec^2 u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(\cot u)}{dx} = -\csc^2 u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(\sec u)}{dx} = \sec u \tan u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(\csc u)}{dx} = -\csc u \cot u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(\text{áng sen } u)}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$\frac{d(\text{áng}\cos u)}{dx} = -\frac{\frac{du}{dx}}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$\frac{d(\text{áng}\tan u)}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{1+u^2}$$

$$\frac{d(\text{áng}\cot u)}{dx} = -\frac{\frac{du}{dx}}{1+u^2}$$

$$\frac{d(\text{áng}\sec u)}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{u\sqrt{u^2-1}}$$

$$\frac{d(\text{áng}\csc u)}{dx} = -\frac{\frac{du}{dx}}{u\sqrt{u^2-1}}$$

$$\frac{d(\ln u)}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{u}$$

$$\frac{d(\log_a u)}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{u \ln a}; \qquad \ln 10 = 2.302595$$

$$\frac{d(e^u)}{dx} = e^u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(a^u)}{dx} = a^u \ln a \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(u^v)}{dx} = v\,u^{v-1}\frac{du}{dx} + u^v \ln u \frac{dv}{dx}$$

$$\int du = u + c$$

$$\int (du + dv - dw) = u + v - w + c$$

$$\int u^n\, du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c; \qquad \forall\, n \neq -1$$

$$\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$\int e^u du = e^u + c$$

$$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln|a|} + c; \qquad a = cte$$

$$\int \ln u \, du = u \ln u - u + c$$

$$\int u e^u du = u e^u - e^u + c$$

$$\int \text{sen } u \, du = -\cos u + c$$

$$\int \cos u \, du = \text{sen } u + c$$

$$\int \tan u \, du = \ln|\sec u| + c = -\ln|\cos u| + c$$

$$\int \cot u \, du = \ln|\text{sen } u| + c = -\ln|\csc u| + c$$

$$\int \sec u \, du = \ln|\sec u + \tan u| + c$$

$$\int \csc u \, du = \ln|\csc u - \cot u| + c$$

$$\int \sec^2 u \, du = \tan u + c$$

$$\int \csc^2 u \, du = -\cot u + c$$

$$\int \sec u \tan u \, du = \sec u + c$$

$$\int \csc u \cot u \, du = -\csc u + c$$

$$\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a+u}{a-u}\right| + c = \frac{1}{2} \text{ang tanh}^{-1} \frac{u}{a} + c$$

$$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + c = -\frac{1}{2} \text{ang tanh}^{-1} \frac{u}{a} + c$$

$$\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \text{áng tan} \frac{u}{a} + c$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \text{áng sen} \frac{u}{a} + c$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 \pm a^2}\right| + c$$

$$\int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \text{ángsec} \frac{u}{a} + c$$

$$\int \sqrt{a^2 - u^2}\,du = \frac{1}{2}\left[u\sqrt{a^2 - u^2} + a^2\ \text{ángsen}\frac{u}{a}\right] + c$$

$$\int \sqrt{u^2 \pm a^2}\,du = \frac{1}{2}\left[u\sqrt{u^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln(u + \sqrt{u^2 \pm a^2})\right] + c$$

Ecuaciones diferenciales

Tabla de anuladores

q(x)		Anulador
x^{k-1}		D^k
e^{ax}		$(D - a)$
$x^{k-1}\ e^{ax}$		$(D - a)^k$
cos bx ó	sen bx	$(D^2 + b^2)$
x^{k-1} cos bx ó	x^{k-1} sen bx	$(D^2 + b^2)^k$
e^{ax} cos bx ó	e^{ax} sen bx	$D^2 - 2aD + (a^2 + b^2)$
$x^{k-1}\ e^{ax}$ cos bx ó	$x^{k-1}\ e^{ax}$ sen bx	$[D^2 - 2aD + (a^2 + b^2)]^k$

Tabla de transformadas de Laplace

f(t)	L f(t)}=F(s)
1. 1	$\frac{1}{s}$
2. t^n, n=1, 2, 3,...	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
3. $t^{-1/2}$	$\sqrt{\frac{\pi}{s}}$
4. e^{at}	$\frac{1}{s - a}$
5. sen kt	$\frac{k}{s^2 + k^2}$
6. cos kt	$\frac{s}{s^2 + k^2}$
f(t)	L f(t)}=F(s)

f(t)	L f(t)}=F(s)
7. senh kt	$\frac{k}{s^2 - k^2}$
8. cosh kt	$\frac{s}{s^2 - k^2}$
9. $e^{at}f(t)$	F(s - a)
10. μ (t-a) , $a \geq 0$	$\frac{e^{-as}}{s}$
11. f(t-a) U (t-a), $a \geq 0$	e^{-as} F(s)
12. t^n f(t), n=1, 2, 3, ...	$(-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$
13. $f^{(n)}$ (t), n=1, 2, 3, ...	s^n F(s) - s^{n-1} f(0) -...- $f^{(n-1)}$ (0)
14. $\int_0^t f(\tau)\, g(t-\tau) d\tau$	F(s) G(s)
15. δ (t-t_0) , $t_0 \geq 0$	e^{-st_0}
16. $t^n e^{at}$, n=1, 2, 3, ...	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$
17. e^{at} sen kt	$\frac{k}{(s-a)^2 + k^2}$
18. e^{at} cos kt	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + k^2}$
19. t sen kt	$\frac{2ks}{(s^2 + k^2)^2}$
20. t cos kt	$\frac{s^2 - k^2}{(s^2 + k^2)^2}$
21. sen kt - kt cos kt	$\frac{2k^3}{(s^2 + k^2)^2}$
22. sen kt + kt cos kt	$\frac{2ks^2}{\left(s^2 + k^2\right)^2}$
23. senh kt - sen kt	$\frac{2k^3}{s^4 - k^4}$

f(t)	L f(t)}=F(s)
24. cosh kt - cos kt	$\frac{2k^2 s}{s^4 - k^4}$
25. 1 - cos kt	$\frac{k^2}{s\left(s^2 + k^2\right)}$
26. kt - sen kt	$\frac{k^3}{s^2\left(s^2 + k^2\right)}$
27. $\frac{asenbt - bsenat}{ab(a^2 - b^2)}$	$\frac{1}{\left(s^2 + a^2\right)\left(s^2 + b^2\right)}$
28. $\frac{\cos bt - \cos at}{a^2 - b^2}$	$\frac{s}{\left(s^2 + a^2\right)\left(s^2 + b^2\right)}$

Probabilidad y estadística

Parámetro	**Estimador puntual**	**Intervalo de confianza (1-α) 100%**
Media μ (varianza σ^2 conocida)	$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \overline{X} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Varianza σ^2 (de una distribución normal)	$S^2_{n-1} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$	$\frac{(n-1)S^2_{n-1}}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},\,n-1}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2_{n-1}}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},\,n-1}}$

Hipótesis nula	**Estadístico de prueba**
$H_0 : \mu = \mu_0$, σ^2 conocida	$Z_0 = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
$H_0 : \mu = \mu_0$, σ^2 desconocida	$t_0 = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}}$
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \frac{(n-1)S^2_{n-1}}{\sigma_0^2}$

Regresión lineal $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \hat{x}$

$$\hat{\beta}_0 = \overline{y} - \hat{\beta}_1 \overline{x}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}}$$

Coeficiente de correlación de la muestra

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \left(x_i - \overline{x}\right)}{\left[\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2 \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \overline{y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

Permutaciones

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Combinaciones

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\ r!}$$

Permutaciones con objetos similares

$$P_{n_1, n_2, \ldots, n_k}^{n} = \frac{n!}{n_1!\, n_2!\ldots n_k!}$$

Probabilidad condicional

$$P\left(A \mid B\right) = \frac{P\left(A \cap B\right)}{P\left(B\right)}$$

Teorema de Bayes

$$P\left(B_K \middle| A\right) = \frac{P\left(B_K\right) P\left(A \mid B_K\right)}{\sum_{i=1}^{N} P\left(B_i\right) P\left(A \mid B_i\right)}$$

Modelos probabilísticos comunes

NOMBRE	DISTRIBUCIÓN	RANGO	MEDIA	VARIANZA	FUNCIÓN GENERATRIZ DE MOMENTOS
Binomial	$\binom{n}{x} p^x q^{n-x}$	$x = 0,1,..n$	np	npq	$(q + pe^{\theta})^n$
Geométrica	pq^{x-1}	$x = 1,2,...$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$	$\frac{pe^{\theta}}{1 - qe^{\theta}}$
De Pascal (Binomial negativa)	$\binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r}$	$x = r, r+1, ...$	$\frac{r}{p}$	$\frac{rq}{p^2}$	$\left(\frac{pe^{\theta}}{1-qe^{\theta}}\right)^r$
De Poisson	$\frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!}$	$x = 0,1,2,...$	λt	λt	$e^{\lambda t(e^{\theta}-1)}$
Uniforme	$\frac{1}{b - a}$	$a \leq x \leq b$	$\frac{a + b}{2}$	$\frac{(b - a)^2}{12}$	$\frac{e^{b\theta} - e^{a\theta}}{(b - a)\theta}$
Exponencial	$\lambda e^{-\lambda x}$	$x \geq 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{\lambda - \theta}$
Normal	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	$-\infty < x < \infty$	μ	σ^2	$e^{\mu\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2}$
Ji-cuadrada		$x > 0$	ν	2ν	$(1 - 2\theta)^{-\frac{\nu}{2}}$
t de Student		$-\infty < x < \infty$	0	$\frac{\nu}{\nu - 2}$, $\nu > 2$	
F (de Fisher)		$0 < x < \infty$	$\frac{\nu_2}{\nu_2 - 2}$ $\nu_2 > 2$	$\frac{2\nu_2^2(\nu_1 + \nu_2 - 2)}{\nu_1(\nu_2 - 2)^2(\nu_2 - 4)}$ $\nu_2 > 4$	
Erlang	$\frac{\lambda(\lambda t)^{r-1} e^{-\lambda t}}{(r - 1)!}$	$t > 0$	$\frac{r}{\lambda}$	$\frac{r}{\lambda^2}$	

Física

Mecánica

Centroides.

Arco de circunferencia:

$$y = \frac{r(\operatorname{sen}\alpha)(180^\circ)}{\pi(\alpha^\circ)} = \frac{rs}{b}$$

Triángulo:

$$y = \frac{1}{3}h$$

Sector de círculo:

$$y = \frac{2r(\operatorname{sen}\alpha)(180^\circ)}{3\pi(\alpha^\circ)} = \frac{2rs}{3b}$$

Trapecio:

$$y = \frac{h}{3} * \frac{a+2b}{a+b} \quad y = \frac{h}{3} * \frac{a+2b}{a+b}$$

Segmento de corona circular:

$$y = \frac{2}{3} * \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} * \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}$$

$$y = \frac{2}{3} * \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} * \frac{s}{b}$$

Segmento de círculo:

$$y = \frac{s^3}{12A}$$

Estática.

Fuerza aplicada paralelamente al plano de deslizamiento:

Fricción estática:

$F_{f1} = - F_1 = G \tan \phi_1$
$N = - G$
$C < \phi_1 \text{ (variable)} < \phi_0$

Valor límite:

$F_{f0} = - F_0 = G \tan \phi_0$
$N = - G$
$\mu_0 = \tan \phi_0 > \mu$

ϕ_0 = constante > ϕ

Fricción dinámica:

$F_f = -F = G \tan \phi$
$N = -G$
$\mu = \tan \phi < \mu_0$
ϕ = constante < ϕ_0

Fuerza aplicada oblicuamente respecto al plano de deslizamiento:

$$F = G\frac{\mu_0}{\operatorname{sen}\alpha - \mu_0 \cos\alpha} = G\frac{\operatorname{sen}\phi_0}{\operatorname{sen}(\alpha - \phi_0)}$$

Rozamiento en un plano inclinado:

$\tan \alpha = \tan \phi = \mu$

Fricción de chumaceras:

De carga radial:

$M_1 = \mu_r r F$

De carga axial:

$$M_f = \mu_a \frac{r_1 + r_2}{2} F$$

Fricción rodante:

Rodamiento de un cilindro macizo:

$$F = \frac{f}{r} N \cong \frac{f}{r} G$$

Condición de rodamiento:

$F_f < \mu_0 N$

Movimiento de una placa sobre rodillos:

$$F = \frac{(f_1 + f_2) G_1 + n f_2 G_2}{2r}$$

Si $f_1 = f_2 = f$ y $nG_2 < G_1$:

$$F = \frac{f}{r} G_1$$

Fricción en cables:

Fuerza de tracción para subir la carga G:

$F_1 = e^{\mu a} G$, $F_f = (e^{\mu a} - 1) G$

Fuerza de tracción para bajar la carga G:

$F_2 = e^{-\mu a} G$, $F_f = (1 - e^{-\mu a}) G$

Transmisión de banda o correa:

$$F_p = \frac{M_i}{r} \quad y \quad F_p = F$$

En movimiento:

$$F_0 = \frac{F_p}{e^{\mu a} - 1}$$

$$F_1 = F_p \frac{e^{\mu a}}{e^{\mu a} - 1}$$

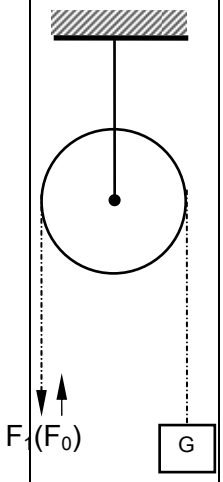
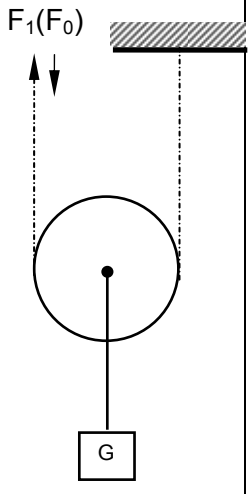
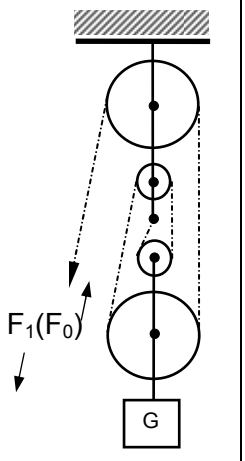
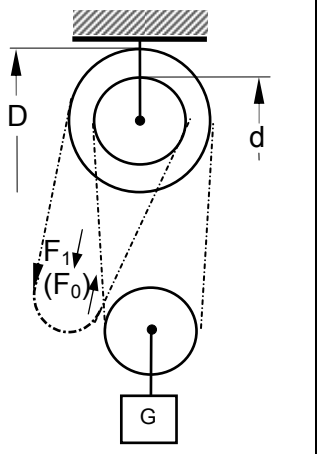
$$F_a = F_p \frac{e^{\mu a} + 1}{e^{\mu a} - 1}$$

En reposo:

$$F_0 = F_1 = \frac{F_a\left(e^{\mu a} + 1\right)}{2\left(e^{\mu a} - 1\right)}$$

$$F_a = F_p \frac{e^{\mu a} + 1}{e^{\mu a} - 1}$$

Poleas y polipastos:

incógnita	polea fija	polea móvil	polipasto común	polipasto diferencial
F_1 =	$\in G$	$\frac{\in}{1 + \in} G$	$\frac{\in^n (\in - 1)}{\in^n - 1} G$	$\frac{\in^2 - \frac{d}{D}}{\in + 1} G$
F_0 =	$\frac{1}{\in} G$	$\frac{\in}{1 + \in} G$	$\frac{\frac{1}{\in^n}\left(\frac{1}{\in} - 1\right)}{\frac{1}{\in^n} - 1}$	$\frac{\in}{1 + \in}\left(\frac{1}{\in^2} - \frac{d}{D}\right) G$
F =	G	$\frac{1}{2} G$	$\frac{1}{n} G$	$\frac{1}{2}\left(1 - \frac{d}{D}\right) G$
S =	h	2h	nh	$\frac{2h}{1 - \frac{d}{D}}$
				

Ventaja mecánica $i = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Carga}} = \frac{F_0}{G} = \frac{h}{s}$

F_1 Fuerza para subir la carga (sin fricción)
F_0 Fuerza para bajar la carga (sin fricción)
F Fuerza sin considerar la rigidez del cable ni la fricción
$\in = \frac{1}{\eta}$ Factor de pérdida por la rigidez del cable (para cables metálicos y cadenas ≈ 1.05)
η Eficiencia
n Número de poleas
s Recorrido de la fuerza
h Recorrido de la carga

Dinámica

$\omega=[(2\pi)/Tn]=\sqrt{[k/m]}=\sqrt{[g/x]}=[\theta/t]=[v/r]=\sqrt{\{GM/r3\}}=\sqrt{[GJ/(IL)]}$

Características cinemáticas de puntos y segmentos rectilíneos.

Conceptos lineales y angulares.
Se tiene que son conceptos lineales:

r = posición, **v =** velocidad, **a =** aceleración, **t =** tiempo

Se tiene que son conceptos angulares:

θ = posición, **ω =** velocidad, **α =** aceleración, **t =** tiempo

Expresión que relaciona ambos conceptos:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

Conceptos correspondientes a puntos y partículas en movimiento.

Concepto	Símbolo(s) más común(es)	Relación con otra(s) función(es)
Vector de posición (lineal)	$\mathbf{r}$	
Velocidad (lineal)	$\mathbf{v}, \dot{\mathbf{r}}$	$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$
Aceleración (lineal)	$\mathbf{a}, \ddot{\mathbf{r}}$	$\mathbf{a} = \frac{d\boldsymbol{\upsilon}}{dt}, \mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$

Conceptos correspondientes a segmentos rectilíneos que modifican su dirección durante el movimiento, y de cuerpos rígidos que contengan ese tipo de segmentos.

Concepto	Símbolo(s) más común(es)	Relación con otra(s) función(es)
Vector de posición (angular)	θ	
Velocidad (angular)	$\omega, \dot{\theta}$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
Aceleración (angular)	$\alpha, \ddot{\theta}$	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}, \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Componentes cartesianas de los vectores de posición, velocidad y aceleración lineales para movimientos en el espacio, en un plano y rectilíneos.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = \dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j} + \dot{z}\mathbf{k}, \mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}} = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k}$$

Entonces, si P se mueve en el plano xy tenemos:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j},\ \mathbf{v} = \dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j},\ \mathbf{a} = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j}$$

Si P realiza un movimiento rectilíneo cualquiera en el eje x se tienen:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i},\ \mathbf{v} = \dot{x}\mathbf{i},\ \mathbf{a} = \ddot{x}\mathbf{i}$$

Relaciones entre conceptos lineales y angulares.

$$a = \omega \times (\omega \times r) + \alpha \times r$$

centrifuga angular

Cinemática del cuerpo rígido.

$$v = \dot{\mathbf{R}} + \omega \times \rho$$

$$a = \ddot{\mathbf{R}} + \alpha \times \rho + \omega \times (\omega \times \rho)$$

ecuaciones aplicables a cualquier tipo de movimiento del cuerpo rígido.

Centro y eje instantáneo de rotación.

$$v = \omega \times \Gamma$$

donde Γ es un vector perpendicular al eje instantáneo de rotación.

Primeros momentos de la masa de un sistema de partículas.

Con respecto a los planos *xy, xz, yz* tenemos:

$$M_{xy} = \sum_{i=1}^{n} m_i z_i,\ M_{xz} = \sum_{i=1}^{n} m_i y_i,\ M_{yz} = \sum_{i=1}^{n} m_i x_i$$

Primeros momentos de la masa de un cuerpo rígido.

$$M_{xy} = \int_v z dM,\ M_{xz} = \int_v y dM,\ M_{yz} = \int_v x dM$$

Ecuaciones escalares de centro de masa.

$$Mx_c = \sum_{i=1}^{n} m_i x_i,\ My_c = \sum_{i=1}^{n} m_i y_i,\ Mz_c = \sum_{i=1}^{n} m_i z_i$$

Para cuerpos rígidos tenemos:

$$Mx_c = \int_v x dM,\ My_c = \int_v y dM,\ Mz_c = \int_v z dM$$

Momentos de inercia de la masa de un cuerpo rígido.

$$I_{xx} = MM_{xz} + MM_{xy},\ I_{yy} = MM_{yz} + MM_{xy},\ I_{zz} = MM_{yz} + MM_{xz}$$

Dinámica de la partícula.

Ecuaciones de movimiento.

$$F = ma \text{ ó } a = \frac{1}{m}F$$

Trabajo y energía. **(enrgia potencia (elastica,gravitacional y gravitatoria etc.)**

$$dT = p \bullet dr$$

Energía cinética y su relación con el trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre una partícula

Energia de movimiento $EC = \frac{1}{2} m v^2$

Impulso y cantidad de movimiento lineales.

$$\int_2^1 \mathbf{F}dt = (mv)_2 - (mv)_1$$

Ecuación del impulso y la cantidad de movimiento lineales.

Ecuación diferencial de movimiento para sistemas de partículas.

$$F = \sum_{i=1}^{n} m_i a_i$$

Ecuación fundamental para el estudio de la dinámica del cuerpo rígido.

$$F = M a_c$$

$$\int_1^2 \mathbf{F}dt = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i v_i\right)_2 - \left(\sum_{i=1}^{n} m_i v_i\right)_1$$

Ecuación de impulso y cantidad de movimiento lineales para sistemas de partículas

Principio de la conservación de la cantidad de movimiento lineal para sistemas de partículas.

$$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i v_i\right)_2 - \left(\sum_{i=1}^{n} m_i v_i\right)_1 = \mathbf{0}$$

Ecuación para obtener la cantidad de movimiento angular de un cuerpo rígido.

$$H_{CC} = I_{CC}\, \omega$$

Ecuación para obtener la suma de los momentos de los elementos mecánicos que actúan sobre un cuerpo rígido.

razon de cambio de la cantidad de movimiento angular de un cuerpo rigido

$$M_{CC} = I_{CC}\, \alpha$$

Momento de un sistema de fuerzas y/o pares que actúan sobre un cuerpo, con respecto el eje CC

$$M_{CC} = \sum_{i=1}^{n} (\rho_i \times F_i)$$

Primera forma de la ecuación del trabajo y la energía para un cuerpo rígido que realiza un movimiento plano general.

	particulas (flujo)			Energi Kinetica (de movimiento)	
trabajo	particula (cuerpo)	lineal (radial)	curvilineo	lineal	angular

$$\int_2^1 \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}_C + \sum_{i=1}^{n} \int_1^2 \mathbf{F}_i \bullet d\rho_i + \sum_{j=1}^{n} \int_1^2 Q_j d\theta_j = \frac{1}{2} M V_c^2 \Big|_1^2 + \frac{1}{2} I_{CC} \omega^2 \Big|_1^2$$

Ecuación del impulso y la cantidad de movimiento angulares.

$$\int_1^2 \mathbf{M}_{CC}\, dt = I_{CC}(\omega_2 - \omega_1)$$

Modelo matemático correspondiente a las vibraciones libres con un grado de libertad.

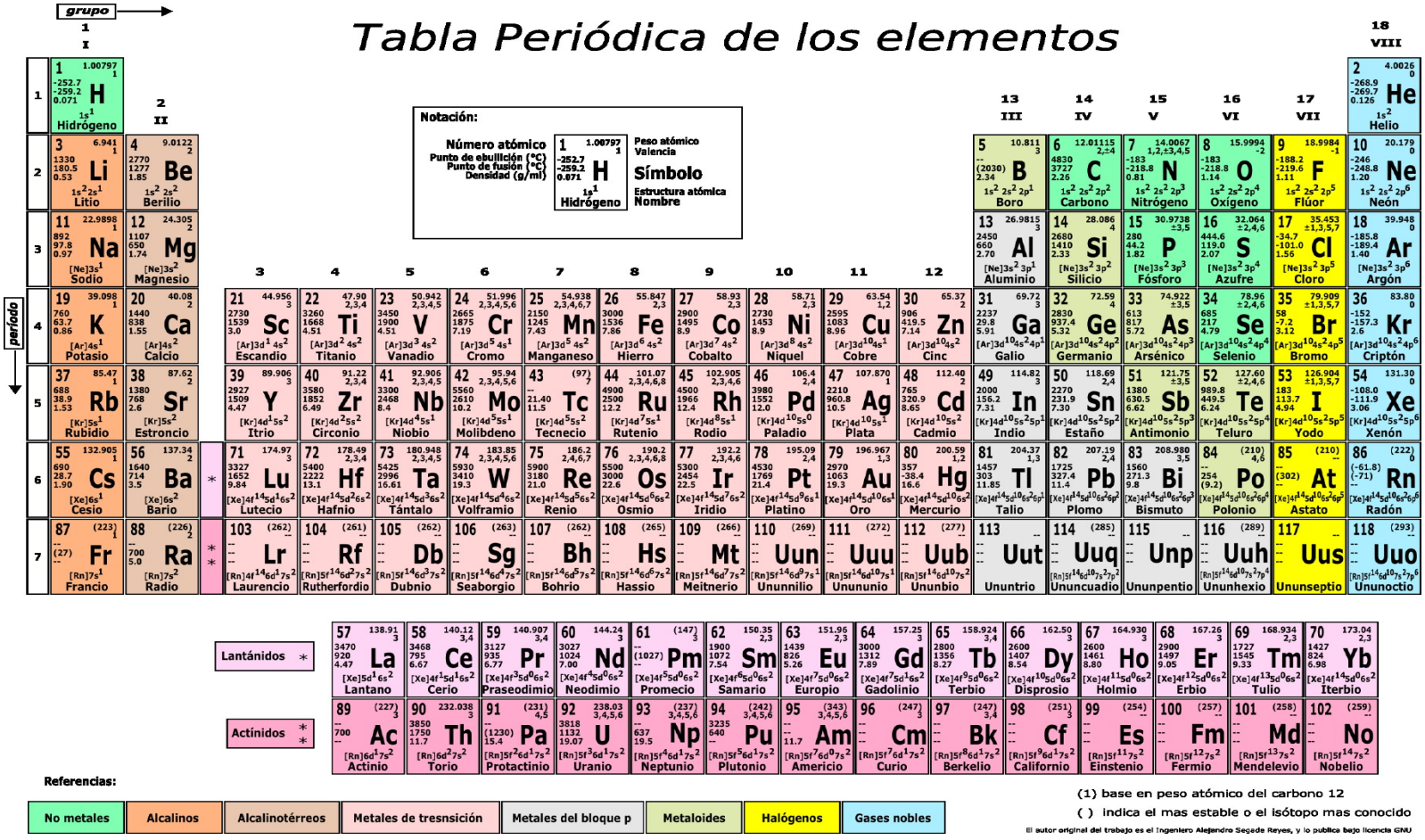
$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \text{, con } \omega_n^2 = cte.$$

Modelo matemático correspondiente a las vibraciones forzadas con un grado de libertad.

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_e}{m} \text{, con } \omega_n = cte.$$

Química

Tabla periódica de los elementos



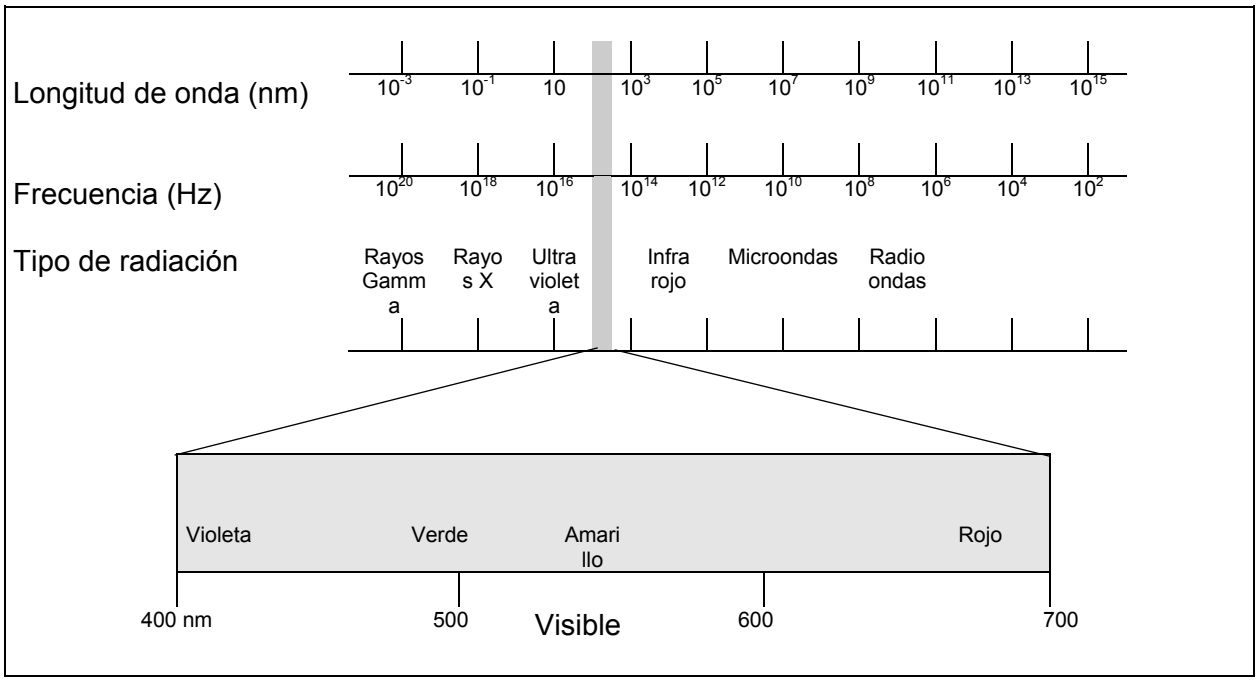
Expresiones de concentración

NOMBRE	DEFINICIÓN	CÁLCULO	UNIDADES
Porcentaje masa	La masa del soluto presente en 100 unidades de masa de solución	$\frac{\text{Masa soluto}}{\text{Masa solucion}} \times 100$	% masa
Porcentaje volumen	El volumen de soluto presente en 100 unidades de volumen de solución	$\frac{\text{Volumen soluto}}{\text{Volumen solucion}} \times 100$	% volumen
Molaridad	Número de mol de soluto presente en un litro de solución	$\frac{\text{Moles soluto}}{\text{Volumen solucion (litros)}}$	M=n/L
Normalidad	Número de equivalentes-gramo de soluto presente en un litro de solución	$\frac{\text{Eq - g soluto}}{\text{Volumen solucion (litros)}}$	N=eq/L
Partes por millón	Unidades de masa de soluto presentes en 10^6 unidades de masa de solución	$\frac{\text{Masa soluto (miligramos)}}{\text{Masa solucion (kilogramos)}}$	ppm

Comparación de las propiedades de las disoluciones, los coloides y las suspensiones

PROPIEDAD	DISOLUCIÓN	COLOIDE	SUSPENSIÓN
Tamaño de la partícula	< que 1nm	10-10 000 nm	> que 10 000 nm
Homogeneidad	homogénea	en el límite	heterogénea
Acción de la gravedad	no sedimenta	puede sedimentar	sedimenta
Filtrabilidad	no filtrable	filtrable en ultrafiltros	filtrable
Ejemplos	cloruro de sodio en agua, ácido muriático en agua	arcillas, pintura de aceite, geles de aluminio, impermeabilizantes	algunas pinturas de agua, lechada de cal

Tipos de radiación electromagnética



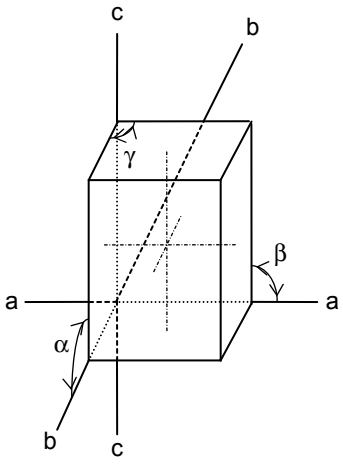
Escala de *pH*

$[H_3O^+]$ mol/L	Potencia	*pH*	*pOH*	
1	10^{0}	0	14	muy ácido
0.1	10^{-1}	1	13	
0.01	10^{-2}	2	12	
0.001	10^{-3}	3	11	moderadamente
0.0001	10^{-4}	4	10	ácido
0.00001	10^{-5}	5	9	
0.000001	10^{-6}	6	8	
0.0000001	10^{-7}	7	7	NEUTRO
0.00000001	10^{-8}	8	6	
0.000000001	10^{-9}	9	5	
0.0000000001	10^{-10}	10	4	moderadamente
0.00000000001	10^{-11}	11	3	básico
0.000000000001	10^{-12}	12	2	
0.0000000000001	10^{-13}	13	1	
0.00000000000001	10^{-14}	14	0	muy básico

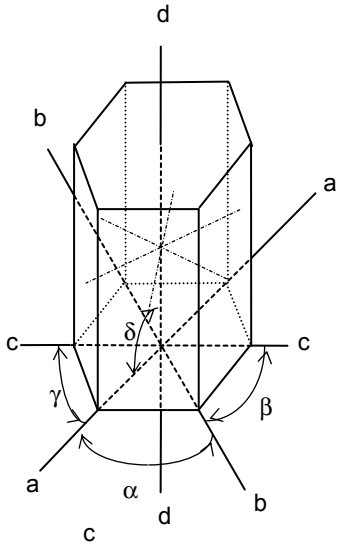
	← zona ácida →							← zona básica →						
$[H_3O^+]$	10^{-1}		10^{-3}		10^{-5}		10^{-7}		10^{-9}		10^{-11}		10^{-13}	
$[OH^-]$	10^{-13}		10^{-11}		10^{-9}		10^{-7}		10^{-5}		10^{-3}		10^{-1}	
pH	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Sistemas cristalinos

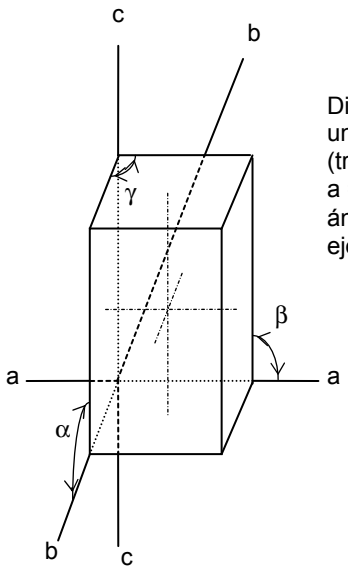
Dimensiones de la celda
unitaria cúbica (isométrica): a = b = c
ángulos: $\alpha = \beta = \gamma = 90°$
ejemplos: NaCl; PbS (tres
ejes perpendiculares entre
sí y de igual longitud)



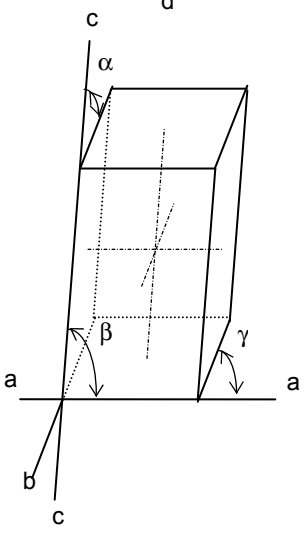
Dimensiones de la celda
unitaria hexagonal:
a = b = c = d
ángulos: $\alpha = \beta = \gamma = 60°$; $\delta = 90°$
ejemplos: SiO_2; AgI (tres ejes
de longitudes iguales a 60° uno
del otro; un eje desigual a 90°
de los otros tres)



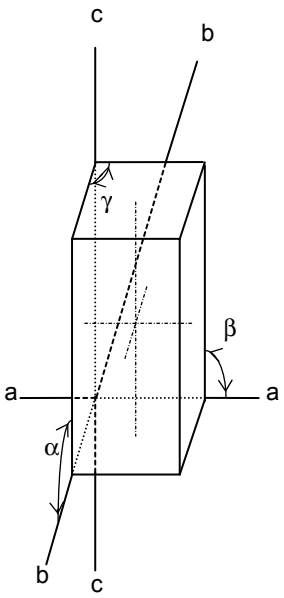
Dimensiones de la celda
unitaria tetragonal:
a = b = c
ángulos: $\alpha = \beta = \gamma = 90°$
ejemplos: SnO_2; MgF_2 (tres
ejes perpendiculares entre
sí; dos de igual longitud y
uno desigual)



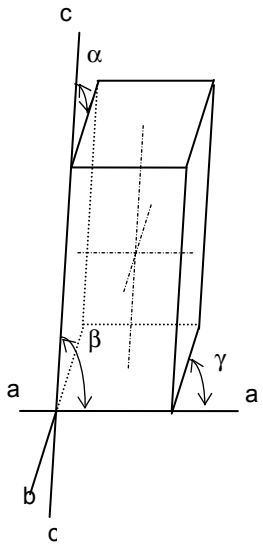
Dimensiones de la celda
unitaria romboédrica (trigonal):
a = b = c
ángulos: $\alpha = \beta = \gamma = 90°$
ejemplos: Al_2O_3; $CaCO_3$



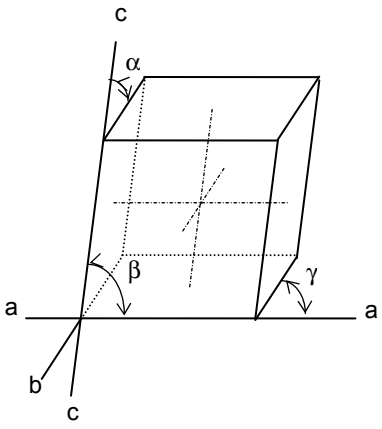
Dimensiones de la celda
unitaria ortorrómbica:
a = b = c
ángulos: $\alpha = \beta = \gamma = 90°$
ejemplos: $HgCl_2$; S (tres ejes perpendiculares entre
sí; todos desiguales)



Dimensiones de la celda
unitaria monoclínica:
a = b = c
ángulos: $\alpha = \gamma = 90°$; $\beta =$ 90°
ejemplos: As_2S_3; S (dos ejes
no perpendiculares entre sí;
un tercero perpendicular a
uno de ellos pero no al otro;
ejes de longitudes desiguales)



Dimensiones de la celda
unitaria triclínica:
a = b = c
ángulos: $\alpha = \beta = \gamma = 90°$
ejemplos: $CuSO_4 \cdot 5H_2O$; CuO
(ejes desiguales; ángulos desiguales)



Ceneval, A.C.
Camino al Desierto de los Leones (Altavista) 19,
Col. San Ángel, Del. Álvaro Obregón, C.P. 01000, México, D.F.
www.ceneval.edu.mx

El Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior es una asociación civil sin fines de lucro que quedó formalmente constituida el 28 de abril de 1994, como consta en la escritura pública número 87036 pasada ante la fe del notario 49 del Distrito Federal. Sus órganos de gobierno son la Asamblea General, el Consejo Directivo y la Dirección General. Su máxima autoridad es la Asamblea General, cuya integración se presenta a continuación, según el sector al que pertenecen los asociados, así como los porcentajes que les corresponden en la toma de decisiones:

Asociaciones e instituciones educativas (40%):
Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior, A.C. (ANUIES); Federación de Instituciones Mexicanas Particulares de Educación Superior, A.C. (FIMPES); Instituto Politécnico Nacional (IPN); Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM); Universidad Autónoma del Estado de México (UAEM); Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP); Universidad Autónoma de Yucatán (UADY); Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM); Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla (UPAEP); Universidad Tecnológica de México (UNITEC).

Asociaciones y colegios de profesionales (20%):
Barra Mexicana Colegio de Abogados, A.C.; Colegio Nacional de Actuarios, A.C.; Colegio Nacional de Psicólogos, A.C.; Federación de Colegios y Asociaciones de Médicos Veterinarios y Zootecnistas de México, A.C.; Instituto Mexicano de Contadores Públicos, A.C.

Organizaciones productivas y sociales (20%):
Academia de Ingeniería, A.C.; Academia Mexicana de Ciencias, A.C.; Academia Nacional de Medicina, A.C.; Fundación ICA, A.C.

Autoridades educativas gubernamentales (20%):
Secretaría de Educación Pública.

- Ceneval, A.C.®, EXANI-I®, EXANI-II® son marcas registradas ante la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial con el número 478968 del 29 de julio de 1994. EGEL®, con el número 628837 del 1 de julio de 1999, y EXANI-III®, con el número 628839 del 1 de julio de 1999.
- Inscrito en el Registro Nacional de Instituciones Científicas y Tecnológicas del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología con el número 506 desde el 10 de marzo de 1995.
- Organismo Certificador acreditado por el Consejo de Normalización y Certificación de Competencia Laboral (CONOCER) (1998).
- Miembro de la International Association for Educational Assessment.
- Miembro de la European Association of Institutional Research.
- Miembro del Consortium for North American Higher Education Collaboration.
- Miembro del Institutional Management for Higher Education de la OCDE.

CENTRO NACIONAL
DE EVALUACIÓN PARA
LA EDUCACIÓN SUPERIOR, A.C.

CENEVAL®

Dirección General Adjunta de los EGEL

MAYO• 2014